ESTRATEGIA METODOLÓGICA BASADA EN LA ACTIVIDAD LÚDICA PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL EN ESTUDIANTES DE 8º GRADO QUE CURSAN LA ASIGNATURA MATEMÁTICA EN LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA RURAL SAN JOAQUÍN DEL MUNICIPIO DE SANTA MARÍA-HUILA

WILBER GUSTAVO LOBO RINCÓN

Trabajo de grado presentado como requisito parcial para optar al título de Magister en Educación

Director
EDUARDO AUGUSTO LOPEZ RAMIREZ
PhD. en Educación

UNIVERSIDAD DEL TOLIMA
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN
IBAGUE-TOLIMA
2015

UNIVERSIDAD DEL TOLIMA
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACION
PROGRAMA DE MAESTRIA EN EDUCACIÓN

ACTO DE SUSTENTACION TRABAJO DE GRADO

Fecha : 16 de Marzo de 2015
Hora : 18:05
Lugar : Oficina Grupo de Investigación Edufisi

PROGRAMA

1. Presentación :

TITULO DEL TRABAJO: Estrategia Metodológica basada en la Actividad Lúdica para el desarrollo del pensamiento variacional en Estudiantes de 8º Grado, que cursan la asignatura Matemática en la institución Educativa Rural San Joaquín del Municipio de Santa Helena Hu

AUTOR: Wilber Gustavo Lobo Rincón

JURADO: Nestor William Ayonte López

1. Reseña Bibliográfica
2. Exposición del autor (20 minutos)
3. Intervención y preguntas del jurado.
4. Intervención y aclaraciones del director.
5. Deliberación del jurado.
6. Lectura del acta de sustentación.

Barrio Santa Elena – Ibagué Colombia. Tel. directo 2668912
A.A. 546 – PBX 644219 – FAX (982) 644869 – 9800665348

UNIVERSIDAD DEL TOLIMA
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACION
PROGRAMA DE MAESTRIA EN EDUCACIÓN

ACTA DE SUSTENTACION PUBLICA N° 034

SEMESTRE A-2015

Siendo las 19:00 horas del día 16 de Marzo de 2015 se reunieron en la Oficina del Grupo de Investigación Edufísica Universidad del Tolima, el estudiante, el jurado Director del Trabajo de Grado e invitados al acto de sustentación:

TITULADO:

Estrategia Metodologica basada en la Actividad Lúdica para el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de 8° Grado que cursan la Asignatura Matematica en la Institucion Educativa Rural San Joaquin del Municipio de Santa Maria - Huila.

La calificación otorgada por el el jurado a la sustentación es la siguiente:

JURADO NOMBRE	Néstor Willian Aponte L.	CALIFICACION	4.4

SIENDO LAS: 19:00 . HORAS SE CERRO EL ACTO DE SUSTENTACION

EN CONSTANCIA SE FIRMA:

JURADO NOMBRE	Nestor Willian Aponte L.	FIRMA	

DEDICATORIA

Dedico este trabajo principalmente a Dios y a mis padres Otilia María Rincón García y Gustavo Lobo Ortega por ser un gran apoyo y guía en todos los episodios de mi vida y me han dado la fuerza para superar todas las dificultades encontradas y culminar así otra etapa importante en mi vida como la culminación de este proyecto. Además mis estudiantes que fueron el objetivo principal en este proyecto para generar en ellos un buen desempeño académico. A nuestros maestros que con sus conocimientos y experiencias contribuyeron en nuestro proceso de formación personal y profesional.

AGRADECIMIENTOS

Al Doctor Eduardo López asesor del trabajo de investigación por sus valiosos conocimientos en estrategias metodológicas y aportes en metodología de investigación, por sus experiencias y aportes realizados al trabajo. Por su generosidad al brindarme la oportunidad de recurrir a su capacidad y experiencia académica en un marco de confianza, afecto y amistad, fundamentalmente para la culminación de este proyecto.

A la Institución Educativa San Joaquín ubicada en el municipio de Santamaría-Huila que me brindo los espacios para poder efectuar a cabalidad mi proyecto de Maestría.

CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCION	16
1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	19
1.1. DESCRIPCION DEL PROBLEMA	19
1.2. FORMULACION DEL PROBLEMA	21
2. OBJETIVOS	22
2.1 OBJETIVO GENERAL	22
2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	22
3. JUSTIFICACION	23
4. MARCO REFERENCIAL	34
4.1 ANTECEDENTES INVESTIGATIVOS.	34
4.2 MARCO LEGAL	37
4.2.1 La Constitución Política de Colombia (1991).	37
4.2.2 Ley General de Educación 115 (1994).	37
4.2.3 Resolución número 2343 (1996).	38
4.2.4 Estándares y Actividad Matemática en el Aula.	38
4.3 MARCO CONTEXTUAL	39
4.3.1 La Ruralidad y la escuela rural.	43
4.4 MARCO CONCEPTUAL	44
4.4.1 Pensamiento Matemático.	44
4.4.2 Pensamiento Matemático Variacional.	45
4.4.3 Modelación Matemática.	52
4.4.4 Clases de signos.	53
4.4.5 Símbolos.	54
4.4.6 Resolución Algebraica de Problemas Verbales.	55
4.5 MARCO DIDACTICO	56
4.5.1 Didáctica.	56
4.5.2 Métodos de enseñanza – aprendizaje.	61
4.5.3. Estrategia.	64
4.5.4. Del propósito en la Enseñanza del Algebra.	65
4.5.5. La Psicología Evolutiva y la Enseñanza y Aprendizaje del Algebra.	66
4.5.6. Educación Matemática.	68

4.5.7. Fines y Metas de la Educación Matemática. 72
4.5.8. La Lúdica. 73
4.5.9. Lúdica matemática. 74
4.5.10. Concepto de Juego. 75

4.6 MARCO PEDAGOGICO 81
4.6.1. Teorías Aplicadas a la Enseñanza - Aprendizaje de la Matemática. 81
4.6.2. El Constructivismo. 83

5. METODOLOGIA DE LA INVESTIGACION 86

5.1. TIPO DE INVESTIGACIÓN 86

5.2. DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN 86
5.2.1. Fase 1: Revisión documental. 86
5.2.2. Fase 2: Diagnóstico. 87
5.2.3. Fase 3: Diseño de una ficha de observación. 89
5.2.4. Fase 4: Sistematización y análisis de la información. 89
5.2.5. Fase 5: Propuesta metodológica. 89
5.2.6. Fase 6: Análisis de resultados. 89

5.3. POBLACION Y MUESTRA 89

5.4. UNIDAD DE ANÁLISIS 90

5.5. TECNICAS O INSTRUMENTOS PARA RECOLECCION DE INFORMACION 90
5.5.1. Análisis Documental. 90
5.5.2. Observación Directa. 91
5.5.3. Encuesta de apreciación al área de matemáticas. 91
5.5.4. Encuesta de actitud. 91
5.5.5. Pruebas. 91

5.6 PLAN DE ANALISIS 92

6. ANALISIS DE RESULTADOS 93

6.1 DIAGNÓSTICO PRUEBA DE RAZONAMIENTO (PRUEBA 1) 93
6.1.1. Razonamiento numérico. 93
6.1.2. Razonamiento abstracto. 95
6.1.3. Razonamiento espacial. 96

6.2. DIAGNÓSTICO PRUEBA DE ALGEBRA (PRUEBA 2) 97
6.2.1. Resultados Prueba de Algebra categoría propiedades. 98
6.2.2. Resultados Prueba de Algebra categoría lenguaje algebraico. 99
6.2.3. Resultados Prueba de Algebra categoría operaciones. 100
6.2.4. Resultados Prueba de Algebra categoría resolución de problemas. 100

6.3. ANÁLISIS OBSERVACIÓN DIRECTA 101

6.4. ANÁLISIS ENCUESTA DE APRECIACIÓN AL ÁREA DE MATEMÁTICAS 103

6.5. ANALISIS ENCUESTA HACIA LAS MATEMÁTICAS APOYADO CON LA PROPUESTA METODOLOGICA 106

7. DISEÑO DE LA PROPUESTA METODOLOGICA: "JUEGOS ALGEBRAICOS PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO MATEMATICO VARIACIONAL" 113

7.1 FUNDAMENTACIÓN DE LA PROPUESTA 113

7.2 OBJETIVOS DE LA PROPUESTA 118

7.3 DESARROLLO DE LA PROPUESTA 118
7.3.1. Ficha de observación 01. 119
7.3.2. Ficha de observación 02. 120
7.3.3. Juegos de adivinar números. 122
7.3.4. Juegos con tarjetas. 124
7.3.5. Juegos con tableros. 126
7.3.6. Pasatiempos Algebraicos. 135
7.3.7. Dominós Algebraicos. 142

8. CONCLUSIONES 143

RECOMENDACIONES 149

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS 150

ANEXOS 155

LISTA DE TABLAS

Pág.

Tabla 1. Resultados prueba razonamiento numérico. 93

Tabla 2. Resultados prueba razonamiento abstracto. 96

Tabla 3. Resultados prueba razonamiento espacial. 96

Tabla 4. Resultados prueba de algebra categoría propiedades. 98

Tabla 5. Resultados prueba de algebra categoría lenguaje algebraico. 99

Tabla 6. Resultados prueba de algebra categoría operaciones. 100

Tabla 7. Resultados prueba de algebra categoría resolución de problemas. 100

Tabla 8. Resultados Observación Directa. 101

LISTA DE FIGURAS

	pág.
Figura 1. Pensamiento Variacional.	48
Figura 2. Resultado de la pregunta 1.	103
Figura 3. Resultado de la pregunta 2.	104
Figura 4. Resultado de la pregunta 3.	104
Figura 5. Resultado de la pregunta 4.	105
Figura 6. Resultado de la pregunta 5.	105
Figura 7. Resultado de la pregunta 6.	106
Figura 8. Actitud Hacia las Matemáticas con la Intervención Didáctica.	106
Figura 9. Resultado de la pregunta 1.	107
Figura 10. Resultado de la pregunta 2.	108
Figura 11. Resultado de la pregunta 3.	108
Figura 12. Resultado de la pregunta 4.	109
Figura 13. Resultado de la pregunta 5.	109
Figura 14. Resultado de la pregunta 6.	110
Figura 15. Resultado de la pregunta 7.	110
Figura 16. Resultado de la pregunta 8.	111
Figura 17. Resultado de la pregunta 9.	111
Figura 18. Resultado de la pregunta 10.	112
Figura 19. Ejemplo ficha dominó algebraico.	121
Figura 20. Ejemplo tarjetas juego 1.	125
Figura 21. Ejemplo tarjetas juego “lo tuyo y lo mío”.	128
Figura 22. Ejemplo cuadro mágico algebraico 1.	135
Figura 23. Ejemplo cuadro mágico algebraico 2.	136
Figura 24. Ejemplo cuadro mágico algebraico 3.	137
Figura 25. Ejemplo cuadro mágico algebraico 4.	137
Figura 26. Ejemplo cuadro mágico algebraico 5.	138
Figura 27. Ejemplo rueda algebraica 1.	139
Figura 28. Ejemplo Rueda algebraica 2.	139
Figura 29. Ejemplo estrella de seis puntas.	140
Figura 30. Ejemplo estrella de ocho puntas.	141
Figura 31. Ejemplo círculo mágico.	142

ANEXOS

	pág.
Anexo A. Ficha de observación – fase de diagnóstico.	156
Anexo B. Encuesta de apreciación al área de matemáticas.	157
Anexo C. Encuesta tipo Likert.	158
Anexo D. Pruebas realizadas.	160
Anexo E. Juego 1 con tarjetas.	166
Anexo F. Juego 2 con tarjetas	168
Anexo G. Juego valores para N.	170
Anexo H. Juego Lo tuyo o mío.	171
Anexo I. Juego a comer si puedes.	172
Anexo J. Juego: Carreras Algebraicas.	173
Anexo K. Juego: Tic-Talgebra.	174
Anexo L. Juego dominó de Ecuaciones.	175
Anexo M. Construcción del material didáctico.	176

RESUMEN

En la presente investigación realizado en la Institución Educativa Rural San Joaquín del Municipio de Santa María-Huila se identificó una problemática referente a la dificultad que tienen los estudiantes de octavo grado en procesos algebraicos donde para dar solución a esta se busca proponer una estrategia metodológica basada en la lúdica que potencie el desarrollo su pensamiento matemático acorde a sus procesos algebraicos de este grado.

Este pensamiento matemático es un conjunto de procesos, razonamientos que se realizan en la perspectiva de matematizar situaciones y fenómenos, donde se reflexiona sobre las relaciones de dependencia en diferentes situaciones en las cuales se obtienen abstracciones y se siguen procesos deductivos para poder modelar situaciones de la realidad donde se abstrae lo esencial de cada situación. El lugar e importancia de este tipo de pensamiento en el currículo de formación en el nivel de educación básica es el desarrollo de un pensamiento no algorítmico sino relacional, representacional, analítico donde exista una abstracción de las diferentes situaciones que se presentan en la matemática y no limitar las matemáticas a la mera aplicación de algoritmos sino generar a través de los juegos un desarrollo del pensamiento variacional donde se encuentre el sentido analítico y funcional del concepto de variable en los temas algebraicos a tratar.

Así el objetivo principal del proyecto de investigación es proponer una estrategia metodológica basada en la actividad lúdica. Donde se puede evidenciar que los estudiantes tienen dificultad en el desarrollo del pensamiento variacional a través de 3 pruebas de razonamiento y una de algebra configurado en 4 componentes como propiedades, lenguaje algebraico, operaciones y resolución de problemas. También conoceremos sus apreciaciones frente al área y de la propuesta bajo una intervención didáctica.

El proceso investigativo es cualitativo con métodos estadísticos para su respectiva interpretación y análisis para una muestra de 40 estudiantes del grado octavo. Se transformó la manera de aprender algebra, de saber que existe una estrategia metodológica como la lúdica para que el aprendizaje de contenidos sea motivante. Por eso la pertinencia científica de la investigación ya que se pretende proponer a través de la lúdica una estrategia metodológica que incentive al estudiante a tener un movimiento mental donde tenga momentos de captación de lo que cambia y de lo que permanece constante y de los patrones que se repiten en ciertos procesos, como la solución de ecuaciones lineales donde permanece constante la solución pero varia el tipo de ecuación asociada a esta, como la manipulación de varias expresiones algebraicas combinadas unas con otras para poder dar solución a la factorización de una expresión algebraica como en el juego del TIC- algebraico.

También se puede establecer que después de diseñado y el material para implementarse en algunos momentos genero expectativas en ellos de aprender a utilizarlos en forma correcta y una buena aceptación por parte de ellos frente a la propuesta como lo demuestran las encuestas realizadas.

Palabras Claves: Pensamiento Variacional, juego, lúdica, estrategia metodológica, matemática.

ABSTRACT

In the research conducted at the Institución Educativa Rural San Joaquín del Municipio de Santa María-Huila one concerning the difficulty problems with the eighth graders in algebraic processes in which to solve this seeks to propose a methodological strategy based was identified in the leisure development that enhances their mathematical thinking according to their algebraic processes of this grade.

This mathematical thinking is a set of processes, reasoning that take place in the context of mathematize situations and phenomena, which reflects on the dependency relationships in different situations in which abstractions are obtained and deductive processes continue to model situations where the essential reality of each situation is abstracted. The place and importance of this type of thinking in the curriculum of training at the level of basic education is the development of a relational but not algorithmic, representational, analytical thinking where an abstraction of the different situations that arise in mathematics and there is no mathematical limit to mere application of algorithms but generated through the development of variational games where analytical thinking and practical sense of the concept of variable algebraic topics to be discussed are.

So the main objective of the research project is to propose a methodological strategy based on the play activity where can show that students have difficulty in developing the variational thought through 3 tests of reasoning and algebra configured in 4 components as property, algebraic language, operations and troubleshooting. They also know their appreciations against the area of the proposal under an educational intervention.

The research process is qualitative statistical methods for their respective interpretation and analysis for a sample of 40 eighth graders. How to learn algebra, knowing that there is a methodological strategy for the playful learning content is motivating transformed. So the scientific relevance of research as it is intended to propose through

the playful a strategy that encourages the student to have a mental movement which has now capture what changes and what remains constant and patterns recur in certain processes, such as the solution of linear equations where the solution remains constant but varies the rate equation associated with this, as the manipulation of several algebraic expressions combined with each other to solve the factorization of an algebraic expression as in the game of ICT- algebraic.

You can also set after material designed and implemented in some moments gender expectations on them to learn to use them correctly and well accepted by them against the proposal as shown by surveys.

Keywords: Variational Thought, play, playful, methodological strategy, mathematics.

INTRODUCCION

La actividad en el aula conduce a reflexionar acerca de la manera como se están asumiendo los procesos educativos, las metodologías, temáticas, actividades, etc. Donde se debe propender por generar cambios en la forma de desarrollar el pensamiento matemático en especial el variacional. El pensamiento variacional no es un logro que se atiende de manera específica en algún nivel educativo, sino que cada grado de escolaridad debe propender por promover el desarrollo de dicho pensamiento; por esta razón, el MEN (2006) recomienda que desde la Educación Básica primaria se debe construir "distintos caminos y acercamientos significativos para la comprensión y uso de los conceptos y procedimientos de las funciones y sus sistemas analíticos, para el aprendizaje con sentido del cálculo numérico y algebraico" (p. 66).

De acuerdo con lo establecido por el MEN (2006; 1998) se considera que el desarrollo del pensamiento variacional conlleva al reconocimiento de fenómenos de cambio y variación, por tal motivo, es necesario propiciar en el aula de clase actividades para que los estudiantes exploren, reflexionen, deduzcan, conjeturen y planteen nuevas situaciones frente a las relaciones dinámicas que se generan entre los conceptos matemáticos, en este caso, aquellos que se originan con el estudio de contenidos algebraicos para el grado octavo.

Una de las dificultades que se ha encontrado en la interpretación de los lineamientos curriculares para el área de matemáticas es que no es muy claro qué se debe entender por "pensamiento variacional". El pensamiento variacional no es aprenderse las fórmulas de áreas y volúmenes o los casos de factorización. Por eso la pertinencia científica de la investigación ya que se pretende proponer a través de la lúdica una estrategia metodológica que incentive al estudiante a tener un movimiento mental donde tenga momentos de captación de lo que cambia y de lo que permanece constante y de los patrones que se repiten en ciertos procesos, como la solución de ecuaciones lineales donde permanece constante la solución pero varia el tipo de

ecuación asociada a esta, como la manipulación de varias expresiones algebraicas combinadas unas con otras para poder dar solución a la factorización de una expresión algebraica como en el juego del TIC- algebraico. Luego tiene un momento de producción de sistemas mentales cuyas variables internas interactúen de manera que reproduzcan con alguna aproximación las covariaciones detectadas, sistemas que podemos llamar “modelos mentales”; luego tiene un momento de ejecutar esos modelos mentales para ver qué resultados producen; otro de comparar esos resultados con lo que ocurre en el proceso que se trata de modelar, y si es el caso, tiene también el momento de revisar y refinar el modelo, o descartarlo y empezar de nuevo.

Más aún, esos modelos, entendidos sólo como fórmulas para remplazar valores en ellas, obstaculizan el pensamiento variacional, que primero trata de captar qué varía con qué y cómo, antes de escribir nada y, mucho menos, antes de memorizar fórmulas.

Especialmente en la enseñanza de las matemáticas se presentan muchas dificultades y más cuando esta enseñanza se ejecuta en un contexto rural, donde las necesidades de la población y problemáticas hacen que el aprendizaje en algunos momentos sea desmotivante ya que no encuentran sentido en su quehacer académico y educativo para manejar este tipo de situaciones de una manera inmediata. Por eso la pertinencia social del proyecto para que en este contexto rural se genere cambios en la enseñanza de la matemática donde el estudiante no sea estático en su proceso sino que con ayuda de esta estrategia tenga un aprendizaje significativo de contenidos algebraicos y proponer esta, para después ser validada en el grupo para que el pensamiento matemático variacional en ellos sea motivante a través de los juegos propuestos.

La problemática encontrada en la enseñanza de las matemáticas de la Institución Educativa San Joaquín fue apuntada hacia el grado octavo donde existe una gran parte de estudiantes donde tienen dificultades en el manejo de procesos algebraicos como: factorización, M.C.D., m.c.m, ecuaciones lineales, proceso geométricos, etc. Y problemas de traducción algebraica. Donde se puede encontrar que tratan de aprender

el álgebra de una forma algorítmica y memorizada lo cual se evidencia en sus evaluaciones no generando un desarrollo del pensamiento matemático variacional que motive a aprender en cuanto a la variación de ciertos patrones para poder generar un aprendizaje no algorítmico sino relacional y analítico. Así en este proyecto se propone aplicar dicho material para que después se haga una valoración de la intervención de la estrategia metodológica de dicho material en un futuro proyecto de investigación. Luego este proyecto girara en proponer esta estrategia metodológica y construcción por parte de los estudiantes de dicho material didáctico.

Cuando hubo presencia de la lúdica fue a través del material construido por ellos mismos y que es descrito posteriormente en el desarrollo del proyecto. Después de puesta en práctica se recoge información a través de encuestas de preguntas cerradas donde se analizan cada una de las variables que pueden influenciar el efecto de la lúdica en la enseñanza de las matemáticas para estos grados. Además conocer sus expectativas frente a este gran recurso para la enseñanza de las matemáticas.

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1. DESCRIPCION DEL PROBLEMA

Cuando se aprende matemáticas, no se está refiriendo al dominio de una lista de conceptos, técnicas y algoritmos. Es más trascendental y útil la posibilidad de que mediante el estudio de ciertas situaciones didácticas pueda ser desarrollado por los estudiantes un tipo de pensamiento que les permita, al verse enfrentados a una situación problemática, construir modelos matemáticos que resuelvan dicha situación, que estén en condiciones de operar con dichos modelos, y finalmente, que interpreten los resultados obtenidos a la luz de la situación problemática original.

En la Institución Educativa San Joaquín del municipio de Santa María-Huila en el nivel de Secundaria se encuentra que los estudiantes en el grado octavo en edades de 13 a 15 años no tienen habilidades algebraicas manifestadas en la factorización de expresiones algebraicas, productos notables y contenidos que subyacen en esta habilidad como mínimo común múltiplo (m.c.m.) y Máximo Común Divisor (M.C.D). También en la solución de ecuaciones lineales y contenidos geométricos que requieren habilidad algebraica. Además tienen dificultades para plantear ecuaciones a partir de un problema algebraico verbal, lo cual es un problema de traducción algebraica en el planteamiento de ecuaciones. El lenguaje algebraico es importante en la comunicación matemática donde las competencias comunicativas deben ser significativas.

Así se propone diseñar y construir material en este grado bajo un contexto lúdico para analizar el efecto de la transposición didáctica a través de la construcción y aplicación de material lúdico para el aprendizaje de contenidos indispensables en la enseñanza de las matemáticas.

Como otro elemento de sustentación, es el analizado en los boletines donde refleja que la mayoría de estudiantes del grado octavo no alcanzan a superar los logros, de algebra. El interrogante más grande que se tiene frente al porque los estudiantes del

grado octavo presentan dificultad en procesos algebraicos se debe en buscar un modelo pedagógico apropiado y consecuente acompañado con una metodología que busque estrategias didácticas que den respuestas satisfactoria a lo planteado. La enseñanza de las matemáticas, siempre ha presentado polémica tanto en el estudiando como en los mismos profesores ya que ha sido una costumbre que las matemáticas sean para el estudiante el obstáculo principal que debe vencer para culminar con su educación media y de bachillerato.

El primer problema que enfrenta un maestro de matemáticas al ingresar al aula es un marcado rechazo del estudiando a esa su materia, ya que el estudiante está convencido que no existe nada más difícil en su estudio que aprobar la asignatura de matemáticas y aún más la palabra algebra, lo cual hace que este maestro sea el más temido.

Por lo anterior hay que tener en cuenta que cuando se enseña matemática o cualquier otro campo del saber, no solo se acerca a los estudiantes, a unos conocimientos, sino también a visiones sobre cómo se construye ese conocimiento, sus métodos y sus formas de validación. En este sentido, se les está ayudando también a construir ideas, que harán parte de lo que muestran en sus actitudes al estudiar y aprender matemática. Si se le da la respectiva importancia a lo anteriormente expuesto se deben abordar estrategias para influir al estudiante a que se motive por el aprendizaje de las matemáticas precisando que en ésta área es donde se posibilita el desarrollo de las operaciones mentales, tales como analizar, describir, comparar, deducir, inducir entre otras, por ende aumenta las capacidades mentales del individuo.

Desde esta perspectiva, ha sido mucho el aporte de las matemáticas al desarrollo social, cultural y económico de la humanidad justifica, obligatoriamente a ser parte de la formación integral del individuo. El reto del maestro de matemáticas está en romper esos prejuicios de que las matemáticas son aburridoras y rutinarias, por esto hay que enseñarlas con otras perspectivas como la que se plantean en esta propuesta investigativa y que a su vez justifica el desarrollo de la misma.

Uno de los objetivos es abordar la intervención docente en relación a la enseñanza del lenguaje matemático, analizando las diferentes propuestas didácticas en el aula para su construcción. Entiendo que el lenguaje se manifiesta como un instrumento esencial en la formación de conceptos y procedimientos matemáticos. Éste no sólo cumple la función comunicativa cuya única finalidad es llevar a buen término el entendimiento entre profesor y alumno, sino que debe pensarse como un entorno de análisis y optimización de la actividad matemática.

Por esta razón se pretende hacer un acercamiento del álgebra y otros contenidos matemáticos de una manera didáctica alternada con la lúdica matemática donde el juego es primordial para que el desarrollo del pensamiento matemático sea un reto. En donde ese contexto lúdico consiste en construir material didáctico en primera instancia y después aplicarlo para un futuro proyecto de investigación donde se analice los procesos mentales que describieron para generar un pensamiento variacional.

Luego se intenta centrar una estrategia metodológica adecuada para que la enseñanza del algebra sea motivadora y romper el tópico de que el álgebra es una disciplina difícil. Los ejemplos de juegos incluidos en esta estrategia metodológica están precedidos por una especificación del nivel escolar y de los aprendizajes que se espera que alcancen los alumnos a través de los juegos.

1.2. FORMULACION DEL PROBLEMA

¿Cómo contribuir al desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de 8º grado que cursan la asignatura Matemática en la Institución Educativa Rural San Joaquín del Municipio de Santa María-Huila?

2. OBJETIVOS

2.1 OBJETIVO GENERAL

- ✓ Proponer una estrategia metodológica basada en la actividad lúdica para el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de 8º grado que cursan la asignatura Matemática en la Institución Educativa Rural San Joaquín del Municipio de Santa María-Huila.

2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- ✓ Sistematizar los principales fundamentos teóricos y metodologías del pensamiento matemático variacional.

- ✓ Caracterizar el estado de desarrollo del pensamiento matemático variacional en los estudiantes de 8º grado.

- ✓ Analizar documentos como el PEI, Plan de Área, lineamientos curriculares, plan de clase; para realizar una caracterización de los procesos curriculares que se llevan a cabo en cuanto al pensamiento matemático variacional en los estudiantes de (8º).

- ✓ Diseñar y fundamentar la propuesta metodológica lúdica para el desarrollo del pensamiento matemático variacional.

- ✓ Conocer cuáles son los intereses de los estudiantes en la ausencia o presencia de la intervención didáctica en la enseñanza de las matemáticas.

- ✓ Evaluar los resultados obtenidos en las encuestas para analizar la influencia de la estrategia metodológica en el desarrollo del pensamiento matemático variacional en los estudiantes de 8º.

3. JUSTIFICACION

Proponer una estrategia metodológica apoyada en la lúdica pretende generar un cambio en el currículo de matemáticas donde se deje ese currículo tradicional y plantee un nuevo reto a la institución educativa. Para el caso de las matemáticas, en el decreto 1860 de 1994 y la resolución 2343 de 1996, se expresan una serie de alternativas pedagógicas y curriculares, que sin desconocer los logros alcanzados con la renovación curricular y el enfoque de sistemas, expresan marcos teóricos contemporáneos que complementan y cualifican los desarrollos anteriormente logrados. Más recientemente, en el documento "Matemáticas: Lineamientos Curriculares", publicado por el Ministerio de Educación Nacional (1998), se presenta a la comunidad de profesores de matemáticas del país los fundamentos conceptuales sobre los cuales cada institución, en el marco de su PEI, debe estructurar su currículo de matemáticas:

> Los Lineamientos Curriculares para el área de matemáticas aquí propuestos toman como punto de partida los avances logrados en la Renovación Curricular, uno de los cuales es la socialización de un diálogo acerca del Enfoque de Sistemas y el papel que juega su conocimiento en la didáctica.
>
> El enfoque de estos lineamientos está orientado a la conceptualización por parte de los estudiantes, a la comprensión de sus posibilidades y al desarrollo de competencias que les permitan afrontar los retos actuales como son la complejidad de la vida y del trabajo, el tratamiento de conflictos, el manejo de la incertidumbre y el tratamiento de la cultura para conseguir una vida sana. (p. 17).

Las ideas que se expresan en el segundo párrafo de la cita anterior parafrasean lo que Jacques Delors (1997) llama una educación para la vida, en el Informe a la UNESCO

de la Comisión Internacional sobre la Educación para el Siglo XXI. Según el autor la educación para la vida debe fundamentarse sobre cuatro pilares:

> 1. Aprender a conocer, combinando una cultura general suficientemente amplia con la posibilidad de profundizar los conocimientos en un pequeño número de materias. Lo que supone además: aprender a aprender para aprovechar las posibilidades que ofrece la educación a lo largo de la vida.
>
> 2. Aprender a hacer a fin de adquirir no solo una cualificación profesional sino, más generalmente, una competencia que capacite al individuo para hacer frente a un gran número de situaciones y trabajar en equipo. Pero, también, aprender a hacer en el marco de distintas experiencias sociales de trabajo que se ofrecen a los jóvenes y adolescentes, bien espontáneamente a causa del contexto social o nacional, bien formalmente gracias al desarrollo de la enseñanza por alternancia.
>
> 3. Aprender a vivir juntos desarrollando la comprensión del otro y la percepción de las formas de interdependencia –realizar proyectos comunes y prepararse para tratar los conflictos –respetando los valores de pluralismo, comprensión y mutua paz.
>
> 4. Aprender a ser para que florezca mejor la propia personalidad y se esté en condiciones de obrar con creciente capacidad de autonomía, de juicio y de responsabilidad personal. Con tal fin no menospreciar en la educación ninguna de las posibilidades de cada individuo: memoria, razonamiento, sentido estético, capacidades físicas, aptitud para comunicar. (p.34).

El concepto de educación a lo largo de la vida es la llave para entrar en el siglo XXI. Ese concepto va más allá de la distinción tradicional entre educación primera y educación permanente y coincide con otra noción formulada a menudo: la sociedad educativa en la que todo puede ser ocasión para aprender y desarrollar las capacidades del individuo. En resumen, «la educación a lo largo de la vida» debe aprovechar todas las posibilidades que ofrece la sociedad.

Hoy en día existen muchas investigaciones científicas del cómo una persona aprende Matemáticas, la mayoría de estas son realizadas principalmente en las aulas y los resultados obtenidos son difundidos cada vez a más personas involucradas con la Matemática Educativa, estas acciones han formado una sociedad con un fin común, mejorar la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Los medios preferenciales para la difusión de resultados de las investigaciones han sido la publicación de revistas especializadas y la organización de congresos, todas estas actividades han sido posibles gracias al interés creciente de la sociedad por la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

Se debe tener en cuenta que el conocimiento matemático es producto de una construcción social, de modo que, se rechaza la concepción en cuanto que sólo sea un proceso interno e individual, donde el diálogo sólo se establezca entre sujeto y objeto de conocimiento. Se debe tener claro el convencimiento de la importancia que tiene el ubicar cualquier investigación, independientemente de la disciplina de que se trate, en algún nivel de la problemática social en la cual esté inmersa.

En ese sentido, si bien se propone una investigación realizada en el campo de la matemática educativa, entonces se debe ser consciente de que hay un entorno social y económico que de algún modo permea lo que sucede al interior de las aulas de matemáticas y ese entorno es el rural ya que es un tipo de población que es susceptible a cambios debido a la gran problemática social en la cual está inmersa: pobreza, desnutrición, desinterés por el conocimiento debido a que lo laboral prevalece, etc.

Otro factor que permea esta investigación es la edad que oscilan los estudiantes de 8º grado entre los 13 y 15 años ya que implica todo una dimensión psicopedagógica en la muestra que se pretende llevar a cabo la investigación.

Así, por ejemplo, mientras para Bozhovich (1987) la adolescencia, que la autora denomina Edad Escolar Media, transcurre de 11-12 años a 13-14 y la juventud o Edad Escolar Superior de los 14 a los 18 años, para Kon (1990), la adolescencia se enmarca de 11-12 a 14-15 años y la juventud de 14-15 a 23- 25 años. Por su parte, Bee y Mitchell (1984) establecen como límites de la adolescencia el período comprendido entre 12 y 18 años y la juventud de 18 a 22 años o más, en función del logro de la independencia y la culminación de los estudios.

Como se observa, los inicios de la adolescencia se conciben, en líneas generales, entre los 11-12 años, pero su culminación que marca el inicio de la juventud, para algunos se sitúa en los 14-15 años y para otros en los 17-18 años. En este sentido, quizás la solución consista en reconocer, como lo hace Kon (1990), la existencia de una juventud temprana de 14-15 a 17-18 años y de una juventud tardía de 17-18 a 25 años, aproximadamente.

Luego nuestros estudiantes de octavo grado están en la etapa de la adolescencia donde están en un periodo de transición de la niñez a la adultez, conocido además como periodo crítico, difícil, que se distingue por el paso de la infancia a la madurez. Durante éste período, plantea Petrovski (1980) que:

> “aparecen elementos de madurez como resultados de las reestructuración del organismo, autoconciencia, tipo de relaciones con los adultos y compañeros, modos de interacción social con ellos, intereses, actividad cognoscitivas y de estudio, parte de contenido de las instancias éticas que mediatizan la conducta, la actividad y las relaciones” (p. 76).

Para el propio Petrovski (1980), la personalidad del adolescente se caracteriza por su enorme actividad social, dirigida hacia la construcción de relaciones satisfactorias con los adultos y compañeros, y por último hacia sí mismo (proyección de su personalidad y de su futuro a fin de dar realización a sus intenciones, objetivos y tareas). Este mismo autor continúa agregando sobre las características generales de los adolescentes, que en los mismos puede llegar a aparecer diferentes formas de desobediencia, resistencia, protesta, testarudez, grosería, negativismo, rebeldía, introversión, carácter reservado, entre otros.

Continuando con los criterios de Petrovski (1980), en relación a la actividad intelectual en la juventud, éste se refiere a que el dominio de complejas operaciones intelectuales y el enriquecimiento del aparato conceptual hacen que la actividad intelectual en ambos sexos sea más efectiva y estable, aproximándola así a la del adulto.

Luego hay una dicotomía entre lo efectivo o positivo de esa edad y lo que no es. Es decir tratar de mediatizar un aprendizaje cuando creemos que el estudiante tiene las facultades de hacerlo pero su comportamiento o sus intereses no son los que esperamos, sino que sus intereses son totalmente diferentes a los de nosotros.

Puede ser que esta edad tenga los requerimientos básicos para desarrollar habilidades mentales más formales según como lo afirma Piaget (1969) en esta edad de 11 o 12 a 14 o 15 años se encuentra el estadio de la inteligencia operatorio formal que marca la posibilidad de operar en el plano mental y coordinar a este nivel los distintos tipos de reversibilidades. El nivel superior de desarrollo intelectual, según el autor surge en la adolescencia y se consolida en la juventud. A partir de los 11 o 12 años comienzan a producirse importantes transformaciones en los procesos intelectuales y aparece el pensamiento operatorio formal de carácter hipotético deductivo, que se refleja en el interés del adolescente y del joven por las teorías generales, y la elaboración de juicios, intereses que sean placenteros mas no tediosos y que le den sentido a la vida.

Así podemos ver que a través del juego podemos buscar en el adolescente una perspectiva de sentido hacia el desarrollo del pensamiento matemático variacional en el

cual él pueda interactuar, establecer roles, generar lazos de amistad que no marquen en el aprendizaje de las matemáticas una labor aburrida y sin sentido. Ahora en este orden de ideas este trabajo de investigación pretende proponer una estrategia metodológica en la enseñanza secundaria para una población estudiantil rural ya que el colegio donde se pretende aplicar el presente proyecto se encuentra en zona rural con modalidad agropecuaria ya que el medio o contexto donde se encuentra lo exige donde la mayoría provienen de un medio económico bajo y medio.

El problema que se presenta principalmente es el bajo desarrollo en el pensamiento matemático variacional específicamente en procesos algebraicos y que se les dificulta en cierta medida y por preguntas hechas a alumnos manifiestan no entender las matemáticas. Esta problemática en el área de matemáticas no solo es a nivel local sino a nivel internacional donde Colombia según las pruebas internacionales PISA-2012 (ICFES, 2013) fueron evaluados cerca de 510.000 estudiantes donde por Colombia participaron 9.073 estudiantes en representación de 560 mil alumnos de instituciones educativas oficiales y privadas, urbanas y rurales de cuatro ciudades: Bogotá, Medellín, Cali y Manizales.

En matemáticas, el puntaje de Colombia es inferior a los obtenidos por 61 países y no es estadísticamente diferente de los observados en los países que obtuvieron los tres resultados más bajos: Catar, Indonesia y Perú. Colombia ocupa el lugar 62, diez puestos menos que en el 2009. De hecho, fue la nación que más retrocedió en la clasificación. Colombia obtuvo 376 puntos en matemáticas, 403 en lenguaje y 399 en ciencia, en contraste con el 2009, cuando logro 381 puntos en matemáticas, 402 en ciencias y 413 en lectura.

En esta ocasión, las pruebas PISA hicieron un énfasis especial en matemáticas, pues los resultados suelen ser un predictor del éxito académico futuro de los jóvenes. Además según el informe de OECD (2013), PISA hace algunos reparos de la forma como se enseña matemática. Establece que:

- ✓ el contenido matemático se enseña y evalúa, frecuentemente, separado de contextos reales.

- ✓ Se enseñan técnicas de aritmética y luego se presenta una operación aritmética para que la completen.

- ✓ Se enseña a resolver un determinado tipo de ecuaciones y luego se presentan ecuaciones similares para que las resuelvan.

- ✓ Se enseñan las propiedades y relaciones geométricas y luego se pide que demuestren un teorema o apliquen las relaciones enseñadas.

- ✓ Una vez aprendidos los conceptos, se pide que resuelvan problemas matemáticos que exigen la aplicación de dicho conocimiento.

- ✓ Se presta poca atención a la utilidad de las matemáticas en el mundo real. (p. 19).

Los jóvenes colombianos ocuparon el último lugar cuando fueron medidos en su capacidad para resolver problemas concretos, según una investigación de la Organización de Cooperación y Desarrollo Económicos OCDE (2013) en su programa de Evaluación Internacional de Estudiantes (PISA). Colombia ocupa el último lugar de los 44 países con 399 puntos. Comparte las últimas posiciones con Bulgaria, Uruguay, Montenegro, Emiratos Árabes Unidos y Malasia. Los primeros lugares lo ocupan los jóvenes de Singapur, Corea del Sur, Japón, China, Canadá, Australia, Finlandia, Reino Unido y Estonia. Brasil ocupo el lugar 38 y Chile el 36. Estados Unidos se situó en el lugar 11 y España en el 29.

A nivel internacional, Shanghái, Singapur, Hong Kong, Taipéi, Corea, Macao, Japón, Liechtenstein y Suiza encabezan el grupo con los mejores puntajes en las tres áreas. Fabio Jurado Valencia (2014), profesor del Departamento de Literatura y del Instituto

de Investigación en Educación de la Universidad Nacional afirmó que no nos podemos comparar con otros países. “Independientemente de los resultados es oportuno llamar la atención sobre lo arbitrario que puede ser compararnos con otras naciones del mundo, cuando hay una relación muy desigual en el modo como está estructurado el sistema educativo de los países asiáticos y de los europeos a como lo tenemos en Colombia” (p.1).

Dentro de la relación desigual, Colombia requiere que se introduzca un ciclo completo de educación preescolar como sus especificidades como son darle prelación al juego y a las interacciones comunicativas a nivel oral entre los niños, agregó Jurado (2014): “así como a la experiencia estética con el arte y la música, la literatura, el teatro y la pintura, que permita acercarlos un poco a lo especifico de ese ciclo en el mundo” (p. 2).

De esta manera el autor concluyó que si fuera necesario rescatar los resultados de la prueba PISA, seria en ese contexto de la reflexión, para que las agencias gubernamentales procedan con los ajustes que se requieran en el sistema educativo y “así poder hacer comparaciones más sensatas” (p.2). En este orden, no debemos desfallecer en mejorar nuestras prácticas pedagógicas, mientras que el gobierno hace mejoras al sistema. Por eso, este proyecto pretende ser una búsqueda de la calidad educativa en los procesos de aprendizaje en el área de matemáticas para el grado octavo a través del diseño de una estrategia didáctica fundamentada en material lúdico para el aprendizaje de procesos algebraicos y el desarrollo de su pensamiento matemático para este grado.

Si hablamos de estrategia, según Frida Díaz Barriga (2002) la estrategia:

> Es la ciencia que investiga y expone los hechos relativos a la evolución en el espacio y en el tiempo de los seres humanos y sus actividades colectivas y las relaciones psicofísica de casualidades, que entre ellos, existen según, los valores de cada época. (p.12).

Luego deben existir en esas relaciones psicofísicas una interacción entre la enseñanza y el aprendizaje por lo tanto debemos de hablar de estrategias de enseñanza y de aprendizaje. Díaz Barriga (2002) define una estrategia de aprendizaje como "procedimientos (conjunto de pasos, operaciones o habilidades) que un aprendiz emplea en forma consciente, controlada e intencional como instrumentos flexibles para aprender significativamente y solucionar problemas" (p. 22).

Así en este proyecto de investigación existe una estrategia de enseñanza y aprendizaje ya que existe relaciones entre ambas categorías donde el estudiante a través de los juegos enseña y aprende, ya que asume roles de mediador, de control, de aplicar reglas, de hacerlas saber, de cómo jugar y como ganar y poder competir para establecer relaciones de amistad y demostrar que se está aprendiendo y disfrutando al mismo tiempo de una forma consciente en situaciones de espacio y tiempo.

Luego esos procedimientos en cierta manera deben facilitar para los estudiantes del grado octavo de la Institución Educativa San Joaquín una motivación y transferencia de la información de los contenidos que desarrollen su pensamiento matemático. Estos procedimientos son apoyados bajo un contexto lúdico, donde ellos construyen el material después de ser diseñado para que sus expectativas frente al área cambien con el solo hecho de construirlos y en procesos de investigación posteriores evaluar sus desempeños en el área respecto al pensamiento matemático variacional.

El juego es una acción que se desarrolla dentro de ciertos límites de lugar, de tiempo, y de voluntad, siguiendo ciertas reglas libremente consentidas, y por fuera de lo que podría considerarse como de una utilidad o necesidad inmediata:

> Durante el juego reina el entusiasmo y la emotividad, ya sea que se trate de una simple fiesta, de un momento de diversión, o de una instancia más orientada a la competencia. La acción por momentos se acompaña de tensión, aunque también conlleva alegría y distensión. (Huizinga, 2000, p.17).

En la teoría de los juegos a este se le reconoce como una actividad pues satisface necesidades conscientes y no conscientes como ocurre con la acción.

En esta perspectiva, el trabajo en lo que corresponde a la matemática escolar, que inicia en el preescolar y continua a lo largo de todo el ciclo escolar, debe trascender lo que tradicionalmente se ha venido realizando, esto es, pasar de un trabajo en el que la mayor parte del esfuerzo se centra en el aprendizaje de reglas y algoritmos (por no decir que es lo único que se hace), para llegar a un trabajo en el que lo fundamental sea el desarrollo del pensamiento matemático, y por ende, de una cultura matemática que permita al alumno de hoy, y futuro ciudadano del mañana, matematizar aquellas situaciones de la vida cotidiana que sean susceptibles de serlo.

Lograr esto implica profundas transformaciones de orden curricular a través las cuales reemplazar aquellos saberes y conocimientos matemáticos que han devenido en obsoletos para resolver los problemas tanto cotidianos como científicos, a los que se ve enfrentada la escuela hoy en día, por saberes y conocimientos matemáticos nuevos que den cuenta de las nuevas problemáticas planteadas. Pero además estas reformas deben permitir un cambio en el sentido de la enseñanza de las matemáticas: que las matemáticas que se enseñan en la escuela puedan ser vistas por quien aprende como unas matemáticas para la vida, y no como esa difícil disciplina escolar al alcance solo de los genios.

Así, en este proyecto se pretende generar un cambio en la manera de enseñar y de aprender a través de estrategias metodológicas lúdicas. Donde el aprendizaje de contenidos matemáticos el estudiante desarrolle su pensamiento matemático variacional a través del juego, en el cual, él se compromete en la construcción de dicho material para vincularlo a la matemática de una manera motivante, donde genere en él una expectativa de saber que viene después en su aprendizaje, donde el manipule estos elementos para generar un cambio significativo lo cual este proceso se recomienda para un futuro proyecto de investigación ya que en este se busca una vinculación motivante de la estrategia hacia los estudiantes en el aprendizaje del

algebra a través del diseño y construcción sin llegar a la implementación. Donde vamos a tratar de generar en ellos un cambio en la forma de ver las matemáticas y que si pueden ser divertidas desde un punto de vista lúdico analizando sus expectativas frente al conjunto de juegos que fueron diseñados para ellos.

4. MARCO REFERENCIAL

4.1 ANTECEDENTES INVESTIGATIVOS.

Ursini (1996), en sus investigaciones relacionadas con la transición de la aritmética al algebra concluye que las dificultades para lograr un manejo aceptable de la variable tiene a menudo su origen en el carácter multifacético de este concepto, y que las dificultades que los estudiantes tienen en lograr un manejo aceptable del concepto de variable puede ser la causa de su bajo rendimiento en el álgebra y en otras ramas de las matemáticas escolares.

El estudio de María Mercedes Palarea (1998), con una duración de ocho años, titulado "La adquisición del lenguaje algebraico y la detección de errores comunes en algebra por alumnos de 12 a 14 años". En la primera etapa se analizan las habilidades de carácter operacional y conceptual que manifiestan los alumnos al trabajar el lenguaje algebraico así como las dificultades y obstáculos que se le presentan. Se concluye que la presencia de diferentes sistemas de representación contextualiza mejor el aprendizaje del lenguaje algebraico.

Los datos obtenidos en los diferentes instrumentos confirmaron la hipótesis que un acercamiento semiótico al lenguaje algebraico que integre los contextos numérico y geométrico, en un marco de algebra como lenguaje, donde las fuentes de significado y los sistemas de representación juegan un papel determinante, constituye el enfoque didáctico más coherente. En la tercera y última etapa del estudio se presenta una propuesta curricular, previamente validada, con actividades selectas para lograr la adquisición del lenguaje algebraico en los estudiantes.

El estudio del algebra, en cualquier parte del mundo, ha constituido un gran obstáculo para los estudiantes. Son muchos los investigadores de distintos países que reportan las dificultades especificas al aprender algebra.

Manuel Antonio Cardona Márquez (2007) desarrolla una investigación titulada: "Desarrollando el pensamiento algebraico en alumnos de octavo grado del CIIE a través de la resolución de problemas" donde en este contexto referencial, se determinó focalizar este estudio en el desarrollo de habilidades de pensamiento algebraico como un acercamiento a la "otra algebra", al algebra escolar o, llámese también, proceso de transición de la aritmética al algebra. Para lograr dicho desarrollo se planteó la hipótesis que la estrategia de resolución de problemas es el medio ideal para tal fin. Razones sobran para plantear una conjetura de tal magnitud, mismas que son expuestas con precisión y fundamento.

También tenemos el trabajo realizado por Cosme Fabián Catrina Ramírez y Julián Alfonso Mahecha (2011) titulado: "Enseñanza de productos notables y descomposición factorial en la Institución Educativa Eduardo Santos". Universidad Francisco de Paula Santander. En este trabajo se diseñó una cartilla con talleres sobre productos notables y descomposición factorial, con definiciones concisas, logrando que el estudiante aprenda los pasos para identificar y desarrollar ejercicios de productos notables. Se realizaron seguimientos periódicos para evaluar el aprendizaje de los educandos.

Si nos vamos a un desarrollo de investigaciones no solo en el ámbito matemático sino específicamente en el fomento del desarrollo en el pensamiento algebraico y variacional podemos encontrar algunas como el caso de Erika Sofía González Trujillo (2012) en su trabajo de investigación titulado: "Del Lenguaje natural al Lenguaje algebraico. El significado de la variable. Una propuesta didáctica basada en el Planteamiento y Resolución de problemas". Este trabajo surge de la experiencia en la escuela con los estudiantes de Educación Básica Secundaria de la Institución Educativa Rural La Granja, al observar que existen serias dificultades para comprender y comunicar en lenguaje simbólico.

Teniendo en cuenta que uno de los objetivos fundamentales de la enseñanza del álgebra es que el niño logre comunicar en lenguaje algebraico relaciones, regularidades y procesos en forma general y el uso del lenguaje simbólico; la

asimilación y comunicación que debería existir entre el lenguaje natural y simbólico, está asociado a la aplicación fórmulas y algoritmos mas no a la comprensión de las mismas. Como consecuencia de esto, no hay significado en el lenguaje simbólico, sino por el contrario se ha convertido en una búsqueda de algoritmos entre letras.

También se menciona el trabajo de Deifer Marmolejo Correa (2014) titulado: “Desarrollo de la competencia matemática de razonamiento en el pensamiento variacional”. En el marco de la práctica pedagógica del programa de Licenciatura en Matemáticas y Física de la Universidad de Antioquia, se llevó a cabo una intervención en el Colegio Americano de Apartadó con estudiantes de grado 10°.Durante este proceso, se identificaron en los estudiantes de grado décimo, dificultades relacionadas con la competencia matemática de razonamiento y el pensamiento variacional, por este motivo se diseñaron y ejecutaron planes de clases a partir del desarrollo de actividades con manipulables físicos y virtuales, estos favorecieron el desarrollo de algunas habilidades de la competencia matemática de razonamiento como establecer patrones, formular hipótesis y justificar.

Se menciona, finalmente, el estudio realizado por Alfinio Flores (2000) en la universidad del estado de Arizona que lleva por tema “Representaciones geométricas en la transición del aritmética al algebra”; el cual describe la importancia de visualizar representaciones geométricas de algunas relaciones numéricas para ayudar a desarrollar el pensamiento algebraico y su transición algebraica. Según estos trabajos de investigación se puede establecer que no existe una estrategia metodológica lúdica que me permita desarrollar el pensamiento matemático variacional, luego se hacen son análisis en problemáticas encontradas en el aprendizaje del algebra con propuestas basadas en las competencias matemáticas como resolución de problemas, comunicación y argumentación. Por lo tanto la propuesta se hace novedosa en el sentido que no se ha manejado bajo un contexto lúdico una estrategia metodológica que desarrolle el pensamiento matemático variacional en el aprendizaje de contenidos algebraicos para el grado octavo.

4.2 MARCO LEGAL

4.2.1 La Constitución Política de Colombia (1991). Contiene aportes fundamentales del proceso educativo, en los artículos que se mencionan a continuación:

- Artículo 27. El estado garantiza las libertades de enseñanza, aprendizaje, investigación y cátedra.
- Artículo 45. El adolescente tiene derecho a la protección y a la formación integral.
- Artículo 67. La educación es un derecho de toda persona y un servicio público que tiene una función social, con ello se busca el acceso al conocimiento, la técnica y a los demás bienes y valores de la cultura.

4.2.2 Ley General de Educación 115 (1994). En su artículo 5 y de conformidad con la Constitución Política de Colombia, en su artículo 67, la educación debe darse bajo los siguientes fines:

> • La adquisición y generación de los conocimientos científicos y técnicos más avanzados, humanísticos, históricos, sociales, geográficos y estéticos mediante la apropiación de hábitos intelectuales adecuados para el desarrollo del saber.
>
> • El acceso al conocimiento, la ciencia, la técnica y demás bienes y valores de la cultura, el fomento de la investigación y el estímulo a la creación artística en sus diferentes manifestaciones.
>
> • El desarrollo de la capacidad crítica, reflexiva y analítica que fortalezca el avance científico y tecnológico nacional, orientado con prioridad al mejoramiento cultural y de la calidad de la vida de la población, a la participación en la búsqueda de alternativas de solución a los problemas y al progreso social y económico del país.

4.2.3 Resolución número 2343 (1996). Mediante la cual se adopta un diseño de lineamientos generales de los procesos curriculares del servicio educativo y se establecen los indicadores de logros curriculares para la educación formal, teniendo en cuenta los indicadores de logros curriculares para el grado noveno de educación básica en el área de matemáticas.

4.2.4 Estándares y Actividad Matemática en el Aula. Partimos de ubicar los estándares de pensamiento variacional de los grados sexto y séptimo, como referente de este trabajo y se estableció la relación de este con otros estándares del mismo pensamiento y con estándares de otros pensamientos del mismo nivel. El propósito de hacer esto, es identificar las relaciones, entre estándares y tenerlas de referencia a la hora de los diseños, es decir, en una misma propuesta de aula se pueden conjugar y movilizar desempeños y competencias que tienen que ver con varios estándares. Sin embargo, es importante resaltar, que se tendrán en cuenta los estándares para el grado octavo a noveno ya que por los fines de la investigación son acordes:

✓ Estándares:

- Describir y representar situaciones de variación relacionando diferentes representaciones (diagramas, expresiones verbales generalizadas y tablas).
- Reconocer el conjunto de valores de una variable en situaciones concretas de cambio (variación).

❖ Estándares relacionados del mismo pensamiento:

o De Cuarto a Quinto

- Describir e interpretar variaciones representadas en gráficos.
- Predecir patrones de variación en una secuencia numérica, geométrica o gráfica.
- Representar y relacionar patrones numéricos con tablas y reglas verbales.
- Analizar y explicar relaciones de dependencia en situaciones económicas, sociales y de las ciencias.
- Construir ecuaciones e inecuaciones aritméticas como representación de las relaciones entre datos numéricos.

- De Octavo a Noveno

- Identificar relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas.
- Construir expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada.
- Usar procesos inductivos y lenguaje algebraico para verificar conjeturas.

❖ Estándares relacionados del mismo nivel y de los pensamientos numérico, espacial y métrico.

- Utilizar números reales en sus diferentes representaciones en diversos contextos.
- Usar representaciones geométricas para resolver y formular problemas en la matemática y en otras disciplinas.
- Generalizar procedimientos de cálculo válidos para encontrar el área de regiones planas y volumen de sólidos.
- Seleccionar y usar técnicas e instrumentos para medir longitudes, áreas de superficies, volúmenes y ángulos con niveles de precisión apropiados.

4.3 MARCO CONTEXTUAL

La Institución educativa San Joaquín se encuentra ubicada al occidente del Municipio de Santa María Huila. La sede principal se encuentra a una distancia de diez kilómetros del casco urbano. Cuenta con ocho sedes: San Joaquín, Carmen de Bolívar, Santa Librada, el Diamante, La María, San Marcos, Cedral Alto, El Placer, repartidas en igual número de veredas.

Debido a la diversidad de ambientes geológicos, geomorfológicos y tectónicos en el municipio y dadas las condiciones climáticas, y el relieve en que se encuentra rodeadas nuestra sedes, la región es rica en fuentes hidrográficas y con gran proyección en agricultura, está ubicado en territorios montañosos pertenecientes al relieve de la vertiente oriental de la cordillera central, dentro de los que también se encuentra algunas zonas planas o suavemente onduladas, que por la conformación de su

topología presentan los pisos térmicos, frio, a una altura de 1.300 metros sobre el nivel del mar y precipitación anual que oscila entre los 2.000 y 2.500mm.

Regados por las aguas de la quebrada el Carmen, cuenta con una superficie de 88.82 km^2 (28.31 % del Municipio), nace en la vereda Carmen de Bolívar a los 3.300 m.s.n.m. desemboca en el sitio denominado las Juntas a 1.550 m.s.n.m., los principales afluentes son las quebradas Cedral, San Jerónimo, Guaracas, El Chorro, Las Águilas (Caracas), La Vega y Manila, ocupa las veredas del Carmen de Bolívar, Santa Librada, La Vega, El Placer, San Joaquín, El Cedral, El Cedral Alto, La María, La María Alta y parte de la vereda el Encanto.

La zona rural de la inspección está poblada por familias que en su mayoría poseen fincas en las cuales laboran y en algunas épocas del año especialmente en tiempo de cosecha, proveen empleo a otras personas de la región.

En la zona rural y urbana de San Joaquín el 48% de los habitantes realizan actividades económicas, índice de desempleo es del 2% de la población y el 30% está conformado por ancianos, estudiantes, niños en edad no escolar y personas con discapacidades. El 15% de empleados del centro poblado se dedica a la agricultura, lo cual indica que siendo el campo el lugar de acción de los habitantes tienen un bajo nivel de empleo, también podemos deducir que si esta es la mayor entrada económica demuestra que falta mucho por avanzar ya que existen organizaciones de apoyo pero los índices de empleo siguen siendo bajos.

Con 11% encontramos los integrantes de las familias que se rebuscan en diferentes labores y de manera esporádica para llevar el sustento a sus casas. Posiblemente evidencia falta de organización y motivación en la búsqueda de alternativas en la organización de asociaciones que generen empleo por parte de las personas más pobres que representan la mayoría de los habitantes.

En la región existen las siguientes entidades que tienen establecidos programas que beneficien en diferentes especialidades a la población, estas entidades son:

- Plan Colombia: Un proyecto establecido para la erradicación de cultivos ilícitos en todo el país, con ayuda y asistencia a las familias inmersas en el problema. En la actualidad en la zona se desarrollan 2 subprogramas: Familias Guardabosques Cuya ayuda está formada por un aporte económico de $600.000 bimensuales a las familias de las veredas que erradiquen totalmente los cultivos ilícitos.

- Familias en Acción: Un subprograma del Plan Colombia donde apoyan a las familias de estratos bajos en un aporte económico utilizados específicamente para alimentación a menores de 5 años y para educación de los niños de preescolar a 11° grado.

- Comité Departamental de Cafeteros: por ser una zona cafetera esta entidad apoyada decididamente a los caficultores, en cuanto a la asistencia técnica, capacitación, manejo y control en las enfermedades del café, el 54% de la población se dedican a la producción de café. Para mejorar los ingresos de cada familia productora. A la par se dedican al cultivo, producción y comercialización de la mora y granadilla, en forma tecnificada.

El nivel promedio de escolaridad en la zona distribuido de la siguiente manera: Preescolar 1.8%, primaria 44%, secundaria 29%. Dichos porcentajes permite deducir que una de las razones es el límite de edad en el momento de la vinculación, otras pueden ser la necesidad de dejar los niños en los hogares para poder trabajar o la lejanía de sus viviendas. En Básica Primaria el nivel de vinculados es bajo, pues no llega ni al 50%, las causas son diversas; unos por el difícil acceso, debido a la lejanía de sus viviendas, su situación económica, la falta de interés por el progreso de su familia, su forma de pensar y la falta de conocimiento.

En Secundaria el 29%, tampoco colma las expectativas de educación en la zona, debido a la falta de responsabilidad de algunos padres para con sus hijos, la necesidad de dejarlos solos para poder buscar el sustento hace que los estudiantes se sientan relegados y sin interés de estudiar, es así que en éstos momentos hay mucha deserción escolar. El analfabetismo es del 14% de la población, que además de tener muchas necesidades, también demuestra falta de interés.

También hay que establecer que los adolescentes en este contexto rural, se prepara para cumplir determinados roles sociales propios de la vida adulta y de este contexto, tanto en lo que se desempeña en su labor diaria del campo como en las relaciones con otras personas de la familia y amigos. Pero regular su comportamiento en un contexto rural lo hace especial ya que no es un ser que está expuesto a determinadas problemáticas que enfrenta un adolescente en la ciudad. Algunos adolescentes se ven expuestos a problemáticas de drogadicción pero en menor medida y otros les interesa el trabajo y ser beneficiados por programas del gobierno con el solo hecho de estar matriculados y estudiando.

Luego existe en algunos un problema de demostrar interés en sus estudios ya que el trabajo en ellos es prioridad. Luego equipararse a sus adultos o padres para desempeñar labores del campo hacen de ellos adolescentes que debemos transformar en nuestras prácticas docentes y más específicamente en el área de las matemáticas para que sientan ese interés en su desarrollo de su pensamiento y actitudes frente al área y por tal motivo se pretende con este proyecto hacerlo de una manera lúdica.

Pese a todas estas anomalías, hay estudiantes que aman el estudio y piensan en un futuro mejor para sus familias y la mejor forma de lograrlo es continuando sus estudios superiores. El promedio de tiempo semanal dedicado para el estudio en casa en un 90% es de cuatro horas, en un 9% de ocho horas y en un 1% de nueve horas según estudios analizados en el POE y PEI.

El tiempo dedicado para estudio en una institución es en un 16% de cuatro horas, en un 79% de ocho horas y en un 4% de más de ocho horas. La Institución ofrece el estudio diurno, capacitaciones, muchas oportunidades que las familias de San Joaquín no deben desaprovechar, por el contrario son ayudas muy grandes para que la comunidad se instruya cada día más y crezca en su desarrollo como región.

4.3.1 La Ruralidad y la escuela rural. El contexto rural enfrenta una cantidad de problemáticas y dificultades y en la parte de educación es más relevante ya que no sabemos si estamos preparados como docentes para una educación rural donde existen otras necesidades y si la educación está solucionando esta problemática.

Luego es un problema de calidad y pertinencia donde la calidad que se imparte en la educación rural debe ser pertinente acorde a las necesidades de un contexto |rural. Donde por ser zonas agrícolas, ganaderas, etc. No debe ser una educación sin calidad por ser un contexto que simplemente no se encuentra en la masificación de la educación, de oportunidades, de acceso. Así debemos preguntarnos si la universidad nos prepara para afrontar una educación rural con calidad y pertinencia.

La escuela rural debe ser un gestor de conocimientos contextualizados donde el estudiante en su mundo rural encuentre significado a lo que conoce, aprende y valora. La escuela rural debe ser un conjunto de competencias donde el estudiante aplique un saber hacer de lo que conoce, lo que aprende, lo que relaciona, en fin el mundo rural debe ser significativo en el contexto educativo.

Así la escuela rural debe fomentar aprendizajes significativos donde el estudiante encuentre valor a lo que asimila en el aula, donde se motive a tener continuidad en lo que aprende. Luego debemos tener fundamentos pedagógicos y manejar esas interacciones en el mundo rural en el cual está inmerso para que su mirada educativa, social, cultural sea más holística. Así la escuela rural debe ser generadora de espacios que integre una mirada emprendedora hacia el futuro y global que haga parte de un mundo social equitativo, y no para unos pocos por no ser de un contexto diferente al rural.

El directo responsable de esta visión de la escuela rural recae en el profesor donde este debe generar autoconfianza, actitud emprendedora en los estudiantes. Pero el docente rural no debe ser común y corriente, debe ser un profesor que identifique las problemáticas de ese contexto como la deserción, la falta de motivación, debido al no acceso de tecnologías de la información, recursos didácticos y por lo tanto que sea capaz de proponer soluciones a estas.

Debemos preguntarnos si nos forman en las instituciones para este tipo de contexto. Así el medio rural es un medio de aprendizaje donde se tomen cada uno de los elementos que él nos brinda para potenciar las habilidades del estudiante para que genere procesos significativos.

4.4 MARCO CONCEPTUAL

4.4.1 Pensamiento Matemático. Según Giménez (1997), es un conjunto de procesos, razonamientos que se realizan en la perspectiva de:

1. Matematizar situaciones, fenómenos.
2. Reflexionar sobre relaciones de dependencia en diferentes situaciones.
3. Obtener abstracciones y actuar según procesos deductivos.
4. Desarrollar aplicaciones para modelar la realidad.
5. Abstraer lo esencial de una situación.

La idea de pensamiento matemático que se adopta en el desarrollo de este proyecto, se concibe como una forma particular de pensar, relacionado con: las razones, los procedimientos, las explicaciones, las escrituras o las formulaciones verbales que el alumno construye para responder a una tarea matemática, del mismo modo que nos ocupamos por descifrar los mecanismos mediante los cuales la cultura y el medio contribuyen en la formación de los pensamientos matemáticos. Nos interesa entender, “aun en el caso de que su respuesta a una pregunta no corresponda con nuestro conocimiento, las razones por las que su pensamiento matemático opera, como lo hace” (Cantoral y Farfán, 2005, p.38).

Desde esta perspectiva, el pensamiento matemático se extiende y abarca “todas las formas posibles de construir ideas matemáticas, incluidas aquellas que provienen de la vida cotidiana” (Cantoral y Farfán, 2005, p.39).

Es así, como la idea de pensamiento matemático no aparece vinculada únicamente a una comunidad científica en partículas, o al trabajo matemático realizado en el aula de clase, sino que también se hace presente en contextos socioculturales variados en donde las personas pueden utilizarlo y desarrollarlo a partir de sus interacciones.

Los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006), establecen que el pensamiento matemático “posibilita al estudiante describir, organizar, interpretar, formular generalidades y relacionarse con determinadas situaciones a través de la matemática” (p.42). Además, indican que la idea de pensamiento matemático, logra constituirse en el alumno a partir de las relaciones entre el conocimiento matemático, su cotidianidad y las abstracciones que hace de su entorno.

En Colombia, de acuerdo a lo estipulado por el MEN en su serie de Lineamientos Curriculares (1998) y en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006), el pensamiento matemático se constituye a partir de cinco tipo de pensamientos: el pensamiento numérico y los sistemas numéricos, el pensamiento espacial y los sistemas geométricos, el pensamiento métrico y los sistemas métricos o de medidas, el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos, el pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos.

A continuación, se desarrolla una descripción general de una de estas categorías, haciendo énfasis en el pensamiento variacional, por su relevancia en el desarrollo de este proyecto.

4.4.2 Pensamiento Matemático Variacional. Vasco (2006) describe el pensamiento variacional “como una forma de pensar dinámica, que intenta producir mentalmente sistemas que relacionen sus variables internas de tal manera que covaríen en forma

semejante a los patrones de covariación de cantidades de la misma o distinta magnitud" (p. 139).

El MEN, según lo estipulado en los Estándares Básicos de Competencia (2006) describe el pensamiento variacional en relación con el "reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraico" (p.66).

Las diversas formas de representar la variación, como:

> La representación geométrica, en donde las magnitudes involucradas en la situación de cambio se asocian con longitudes de segmentos; la representación tabular, relacionada con la capacidad de producir diferentes medidas de las magnitudes involucradas; la representación algebraica, las cuales permiten establecer expresiones algebraicas que condensen toda la información acerca de la situación de cambio; y la representación gráfica, que se realiza en un plano con un sistema de coordenadas cartesianas. Permiten relacionar el pensamiento variacional con los pensamientos numérico, geométrico, algebraico, métrico y estadístico, lo cual indica que no es posible dejar de lado los otros pensamientos cuando se estudian situaciones de variación y cambio. (MEN, 2003, p. 21).

Según el MEN es el reconocimiento, percepción, identificación y caracterización de la variación y el cambio. A demás es la descripción, representación y modelación en distintos sistemas o registros simbólicos donde existe una comprensión y uso de conceptos y procedimientos de las funciones y sus sistemas analíticos. Así con este pensamiento se aprende con sentido del análisis matemático donde se estudia y predice en sistemas dinámicos.

Proponer a los alumnos que empiecen a experimentar el pensamiento variacional es una tarea de todos los profesores de matemáticas. Más aún, en muchos casos no tenemos ya que tomar esa decisión, pues buena parte del trabajo de los profesores de matemáticas ya lo están haciendo actualmente. Estos pioneros nos han propuesto conceptos, teorías, actividades y materiales que apuntan en la nueva dirección.

Así en el pensamiento variacional. No se trata de saber una definición de función, ni aprender fórmulas de áreas, volúmenes o de la cinemática. No se trata de dibujar gráficas, ni hacer tablas de valores solamente, pero estos hechos son importantes si se analiza la covariación. "…el objeto del pensamiento variacional es el análisis de la covariación entre cantidades de magnitudes, principalmente las variaciones en el tiempo" (Vasco, 2006, p. 138).

El Pensamiento Variacional es un tipo de pensamiento matemático que está dirigido al análisis de las relaciones de covariación de un sistema, de una situación o de un fenómeno, orientado a reconocer qué, cómo y cuánto cambia, con el fin de lograr su comprensión, descripción, representación y/o modelación en distintos sistemas o registros simbólicos (Caicedo, 2013; Caicedo y Díaz, 2011).

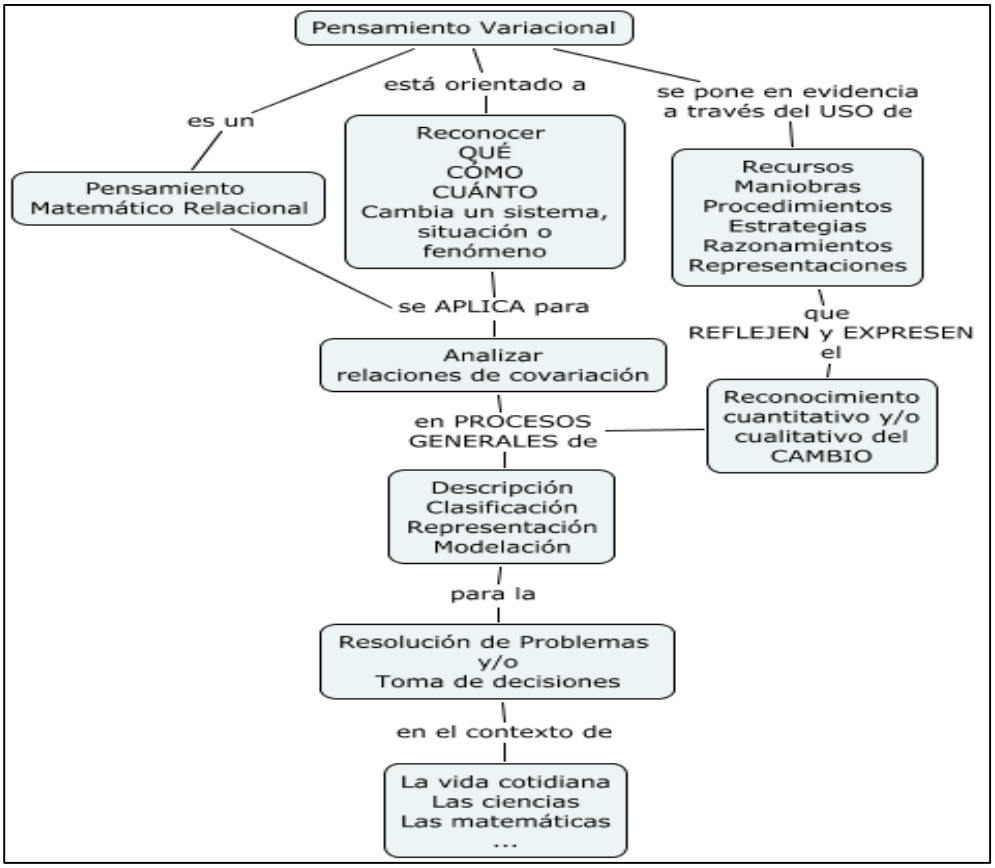
Así, el Pensamiento Variacional puede describirse aproximadamente como una manera de pensar dinámica, que intenta producir mentalmente sistemas que relacionen sus variables internas de tal manera que covaríen en forma semejante a los patrones de covariación de cantidades de la misma o distintas magnitudes en los subprocesos recortados de la realidad.

El movimiento mental de este pensamiento tiene pues un momento de captación de lo que cambia y de lo que permanece constante y de los patrones que se repiten en ciertos procesos, como los cambios de temperatura durante el día y la noche, de los movimientos de caída libre o tiro parabólico; luego tiene un momento de producción de sistemas mentales cuyas variables internas interactúen de manear que reproduzcan con alguna aproximación las covariaciones detectadas, sistemas que podemos llamar

"modelos mentales"; luego tiene un momento de echar a andar o “correr” esos modelos mentales para ver qué resultados producen; otro de comparar esos resultados con lo que ocurre en el proceso que se trata de modelar, y si es el caso, tiene también el momento de revisar y refinar el modelo, o descartarlo y empezar de nuevo.

Una aproximación al pensamiento matemático variacional según el esquema es (Ver figura 1):

Figura 1. Pensamiento Variacional.



Fuente: Caicedo, S. J. (2014).

Sólo cuando hay sistemas simbólicos con sus tecnologías socialmente disponibles, como las palabras, dibujos y otros íconos o gráficos, letras o números, se da también un momento de formulación simbólica del sistema o modelo mental por medio de algún

sistema simbólico con su tecnología respectiva, simbolización que puede ser verbal, gestual, pictórica o simbólico-formal, y no sólo esta última, como suele equivocadamente creerse. Esta formulación simbólica permite objetivar el modelo mental, calcular con la representación tecnológicamente disponible, y continuar con los momentos de comparación y reformulación del modelo.

El objeto del pensamiento variacional es pues la captación y modelación de la covariación entre cantidades de magnitud, principalmente–pero no exclusivamente–las variaciones en el tiempo. Una manera equivalente de formular su propósito rector es pues tratar de modelar los patrones que se repiten en la covariación entre cantidades de magnitud en subprocesos de la realidad (Vasco, 2006).

Pongamos un ejemplo. El profesor sostiene una pelota de caucho en cada mano, y las lanza al aire alternativamente, sin hacer malabares. El estudiante trata de percibir la variación de cada una en el tiempo, y luego la covariación de una con otra. Noto que la una se mueve mientras la otra está quieta. Puedo reproducir mentalmente el movimiento que hace el profesor, lanzar las pelotas al mismo ritmo, a la misma altura que él y hasta me animaría a hacerlo con dos pelotas reales. Si quiero hacer lo mismo que el profesor, algo tengo que estar pensando para poderlo hacer. Algún modelo imaginativo tengo que tener en la cabeza para poder imitarlo. Trato de precisarlo verbal y gestualmente. Trato de pintar unos ejes de coordenadas y de escribir unas ecuaciones. Ahí viene el problema. La representación pictórica es estática. Las fórmulas son difíciles. Los ensayos fracasan. El pensamiento variacional se queda atascado y viene el desánimo y el abandono de la tarea.

El pensamiento variacional requiere el pensamiento métrico y el pensamiento numérico si las mediciones superan el nivel ordinal. Requiere también el pensamiento espacial si una o varias variables son espaciales. Su principal herramienta son los sistemas analíticos, pero puede valerse también de sistemas lógicos, conjuntistas u otros sistemas generales de relaciones y transformaciones.

Así, el principal propósito del pensamiento variacional es pues la modelación matemática. No es propiamente la resolución de problemas ni de ejercicios; al contrario, los mejores problemas o ejercicios deberían ser desafíos o retos de modelar algún proceso. Para poder resolver un problema interesante tengo que armar primero un modelo de la situación en donde las variables covaríen en forma semejante a las de la situación problemática, y no puedo hacerlo sin activar mi pensamiento variacional. Por eso podemos decir que el pensamiento variacional incluye la modelación, sobre la cual se explicara más adelante. Por lo tanto, podemos esquematizarlo en varias fases o momentos, no necesariamente secuenciales y con muchos caminos de realimentación entre esas fases o momentos:

Una primera fase o momento de captación de patrones de variación: lo que cambia y lo que permanece:

- Momento de creación de un modelo mental
- Momento de echar a andar el modelo
- Momento de comparar los resultados con el proceso modelado
- Momento de revisión del modelo

Si hay un sistema simbólico con su tecnología socialmente disponible que me permita hacerlo, habría también otros momentos:

- Momento de formulación simbólica
- Momento de calcular con esa formulación
- Momento de comparar los resultados con el proceso modelado
- Momento de reformulación del modelo.

Según Vasco (2006) el pensamiento variacional se desarrolla de múltiples maneras, con el pensamiento numérico, espacial, métrico, proporcional tradicional y con las representaciones gestuales:

- Con el pensamiento numérico, si se fija la atención en la manera como varían los números figurados pitagóricos, como la variación de los números cuadrados; con

los intentos de captar patrones numéricos que se repiten, como 3, 6, 9, 12, o 3, 9, 27, 81, o 3, 5, 7, 11.

- Con el pensamiento espacial, o mejor espacio-temporal, si se acentúan los movimientos, las transformaciones y los cambios, no las figuras estáticas y sus nombres y propiedades y se fija la atención en las variaciones implícitas en ese pensamiento espacio-temporal. Ese es el pensamiento geométrico tomado dinámicamente, no en la forma estática de la geometría euclidiana tradicional. Por ejemplo, atender a la variación del área de un triángulo en posición estándar con el cambio del largo de la base, con el cambio de altura, con el cambio de la posición del vértice a lo largo de una paralela a la base, o con el cambio de la posición de la base a lo largo de la recta en donde está el segmento inicial, mientras se mantiene el vértice fijo. Eso es muy distinto a decir que el área de un triángulo es la base por la altura sobre dos.

- Con el pensamiento métrico en cuanto a la diferenciación entre magnitudes, cantidades de las magnitudes, medición inicial a numérica de esas cantidades, ordenación de las mismas y medición numérica.

- Con el pensamiento proporcional tradicional, con tal de que no se defina una proporción como la igualdad de dos razones, pues eso es estático y se refiere a la representación de la proporción, no a la covariación entre las magnitudes que se identifican como proporcionales.

- Con las representaciones gestuales. Por ejemplo, subir y bajar el dedo para el movimiento circular y el armónico simple, la mano extendida para las derivadas y para el aumento o disminución de la pendiente, lo que permite entender el test de las primeras derivadas y entender el test de la segunda derivada mucho mejor que cualquier fórmula.

Si nos referimos a la modelación es pues el arte de producir modelos. Por eso, la modelación matemática es el arte de producir modelos matemáticos que simulen la dinámica de ciertos subprocesos que ocurren en la realidad. Se trata de un proceso de detección, formulación y proyección de regularidades por medio de la creación de un artefacto mental, un sistema con sus componentes, transformaciones y relaciones, cuyas variables covarían en forma que simulen las regularidades de la covariación de los fenómenos o procesos que se intenta modelar.

La modelación es un arte, no una ciencia. Como en la epistemología de las ciencias naturales, para repetir a Karl Popper (1934), “no se sabe cómo es la lógica de la invención de modelos, pero sí hay una lógica de la puesta a prueba, la justificación y el refinamiento o abandono de los modelos” (p. 76). No hay pues una lógica de producir modelos matemáticos, pero sí la hay para ponerlos a prueba, ajustarlos, compararlos y generalizarlos o descartarlos.

Luego hay que impulsar un cambio en las matemáticas estáticas a las dinámicas, del pensamiento de las verdades matemáticas eternas e inmutables al pensamiento variacional, y de la idea tradicional de aplicar matemáticas a la mate matización y modelación de la realidad para construir nuevas matemáticas o reconstruir las antiguas. Esta orientación de las matemáticas desde el preescolar hasta la universidad ofrece las mejores esperanzas de una renovación positiva y creativa de la enseñanza y del aprendizaje de las matemáticas para el siglo XXI.

4.4.3 Modelación Matemática. Quizá al hablar de modelación se nos ocurrirá que es hacer modelos de cuerpos geométricos en cualquier material o dibujar o pintar en arcilla y plastilina. También se nos ocurrirá que es aprender fórmulas de modelos, como ocurre en la física o química.

Pero todas estas ideas son erradas, pues la modelación es el arte de producir modelos. Por eso, la modelación matemática es el arte de producir modelos matemáticos que simulen la dinámica de ciertos subprocesos que ocurren en la realidad. Se trata de un

proceso de detección, formulación y proyección de regularidades por medio de la creación de u artefacto mental, un sistema con sus componentes, transformaciones y relaciones, cuyas variables covarian en forma que simulen las regularidades de la covariación de los fenómenos o procesos que se intenta modelar

4.4.4 Clases de signos. Para representar una situación podemos utilizar diferentes tipos de signos. Por ejemplo, podemos utilizar gestos, dibujos o iconos que se parezcan a los objetos o a la situación que queremos representar, o bien palabras o símbolos convencionales que no tengan ningún parecido con el objeto representado. Una primera clasificación de los signos es la siguiente: 1) Icono**,** se trata de un signo que tiene relación física con el objeto que representa, 2) Índice**,** se trata de un signo que permite dirigir la atención sobre un objeto (por ejemplo una señal de prohibido girar a la derecha) y 3) Símbolo**,** se trata de un signo cuya relación con el objeto se determina por una convención.

No es fácil siempre ponerse de acuerdo cuándo un signo en matemáticas se corresponde con alguno de estos tres grupos, por lo que muchos autores prefieren hablar de representaciones o sistemas de signos en general. En los párrafos que siguen utilizare de manera indistinta “signo” o “símbolo” y hablare de “icono” sólo cuando la relación física con el objeto representado sea muy evidente.

La importancia de considerar el papel que juegan los diferentes tipos de representación en la comprensión de las matemáticas ha sido puesta de manifiesto por diferentes investigadores. Por ejemplo, según Bruner (1985) hay que considerar tres tipos de representaciones, la inactiva, la icónica y la simbólica:

1) La representación inactiva: este tipo de representación permite representar eventos mediante una respuesta motriz adecuada. Como ejemplo de representación inactiva tenemos el caso del niño que cuando deja caer un sonajero imita el movimiento del sonajero con la mano, indicando así que recuerda el objeto con relación a la acción que se realiza sobre el mismo.

2) La representación icónica: este tipo de representación permite representar una situación por medio de dibujos, figuras o iconos que tengan algún tipo de parecido con aquello que se representa.
3) La representación simbólica: este tipo de representación va ligada a la competencia lingüística y permite representar las situaciones mediante símbolos.

Bruner (1985) propuso que los conceptos se enseñasen siguiendo estas tres fases:

> Por tanto, la clave para la enseñanza parecía ser el presentar los conceptos de forma que respondiesen de manera directa a los modos hipotéticos de representación. La forma en que los seres humanos se representaban mentalmente los actos, los objetos y las ideas, se podía traducir a formas de presentar los conceptos en el aula. Y, aunque algunos estudiantes podían estar <<preparados>> para una representación puramente simbólica, parecía prudente, no obstante, presentar también por lo menos el modo icónico, de forma que los estudiantes dispusiesen de imágenes de reserva si les fallaban las manipulaciones simbólicas. (p. 24).

Independientemente de que las ideas de este autor sean o no las más indicadas para enseñar los contenidos matemáticos, es evidente que el tipo de representación que utilicemos no es algo neutral o indiferente. Optar por un tipo de representación u otra tiene sus ventajas y sus inconvenientes.

4.4.5 Símbolos. Como representaciones de objetos y como Objetos. En la educación primaria los alumnos manipulan expresiones con letras, operaciones y números. Por ejemplo, para buscar el perímetro de un rectángulo, el área de un triángulo, la longitud de una circunferencia, etc. tienen que utilizar las expresiones siguientes:

$$P = 2a+2b,$$

$$L = 2\pi r$$

En la secundaria el uso de las expresiones algebraicas (expresiones con letras, operaciones y números) aumenta considerablemente y los alumnos pasan a utilizar, entre otras, identidades notables (por ejemplo el cuadrado de una suma: $(a+b)^2 = a^2 +2ab + b^2$), ecuaciones (por ejemplo, $3x+2=5$) y polinomios (por ejemplo, $2x^3 + 3x +7$).

El camino que va desde la manipulación, por ejemplo, de fórmulas geométricas para hallar longitudes y áreas en el último ciclo de primaria hasta el cálculo, por ejemplo, de la suma y el producto de polinomios, es un camino largo, complejo y lleno de dificultades. En este camino conviene distinguir dos etapas.

1) En la primera los símbolos substituyen a números, segmentos u otros objetos y su función es representarlos. En esta etapa los símbolos representan objetos, acciones sobre objetos o relaciones entre objetos, pero ellos mismos no se consideran objetos sobre los cuales se pueden realizar acciones. Los valores que pueden tener los símbolos son los que permiten los objetos y la situación que representan.

2) En una segunda etapa los valores que pueden tener los símbolos son los que se quiera considerar y no están condicionados por la situación que inicialmente representaban. Ahora los símbolos se consideran objetos sobre los cuales se pueden realizar acciones e incluso se puede prescindir de los objetos, relaciones y situaciones que representan.

4.4.6 Resolución Algebraica de Problemas Verbales. Una técnica potente para modelar y resolver algebraicamente los problemas verbales es el uso de letras para expresar cantidades desconocidas variables que pueden tomar un conjunto de valores posibles dentro de ciertos intervalos (funciones proposicionales con un determinado conjunto de validez). Uno de los objetivos más importantes de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, especialmente desde el comienzo de la enseñanza secundaria, es dominar dicha técnica. Aunque la modelización algebraica no es algorítmica (no existe una máquina que resuelva automáticamente los problemas verbales), sin embargo, se pueden dar los siguientes consejos o heurísticas que pueden ayudar en dicho proceso:

1. Determinar lo que se pide hallar en el enunciado e introducir una variable para representar la cantidad desconocida. Algunas palabras claves como, qué, cuántos, y encontrar, señalan la cantidad desconocida.
2. Buscar relaciones matemáticas entre las cantidades conocidas y desconocidas. Algunas palabras proporcionan claves lingüísticas de posibles igualdades y operaciones.
3. Escribir las relaciones mediante expresiones algebraicas.
4. Tratar de escribir alguna cantidad de dos maneras distintas, lo que producirá una ecuación.
5. Resolver la ecuación o inecuación usando las técnicas formales disponibles.
6. Traducir la solución matemática encontrada al lenguaje original del problema.
7. Evaluar la solución ¿Has encontrado lo que se pedía? ¿Tiene sentido la respuesta? Por ejemplo, si el problema era encontrar el área de un rectángulo, la respuesta -4 sería absurda.

4.5 MARCO DIDACTICO

4.5.1 Didáctica. Es el arte de enseñar, trata de la metodología de la enseñanza y no de la metodología educativa, es la ciencia de la práctica docente respecto a la relación entre lo que se enseña y lo que se aprende por tanto la práctica docente forja un conjunto de estrategias y metodologías para manejar dicha relación para que el aprendizaje sea significativo.

Podemos analizar seis elementos fundamentales en el proceso enseñanza-aprendizaje: el alumno, el profesor, los objetivos, la materia, las técnicas de enseñanza y el entorno social, cultural y económico en el que se desarrolla. Los alumnos y profesores constituyen los elementos personales del proceso, siendo un aspecto crucial, el interés y la dedicación de docentes y estudiantes en las actividades de enseñanza-aprendizaje.

Los objetivos sirven de guía en el proceso, y son formulados al inicio de la programación docente. La materia, por su parte, constituye la sustancia, el conocimiento que es necesario transmitir de profesor a alumno, y que debe ser asimilada por éste. Constituyen las técnicas de enseñanza, los medios y métodos a través de los cuales realizaremos la labor docente. Por último, el entorno condiciona en gran medida el proceso. Desarrollar sus propios enfoques teóricos.

Según Carlos Álvarez de Zayas (2002) “un estudio teórico, profundo y esencial del proceso docente educativo permitió establecer dos leyes pedagógicas generales, las cuales expresan las relaciones que se dan, primero, entre el medio social y el proceso docente; y segundo, entre los componentes del proceso” (p. 17). Estas leyes son la relación, entre el problema y el objeto, el objetivo y el contenido; así como entre el objetivo y el método, el objetivo y el resultado, etc. Las leyes expresan las características propias del movimiento del proceso docente educativo y en ellas se encuentra la esencia de éste. Las leyes son también categorías de la Didáctica.

La ley es la relación entre los componentes del proceso docente educativo o entre este y el medio, que explica esencialmente por qué se comporta de un modo determinado dicho proceso. La ley no se descubre directamente de la observación inmediata del proceso. Se requiere de un profundo análisis teórico y de la formulación hipotética de dicha ley, a través de complejos procesos investigativos, fundamentaciones teóricas y su concreción correspondiente, que posteriormente la práctica comprueba. Los componentes operacionales del proceso (métodos, forma y medio) describen su desarrollo; las leyes explican el porqué de dicho movimiento, sus causas. Es a través de las leyes que los componentes adquieren su caracterización más esencial.

En la primera ley de la didáctica; se dan las relaciones del proceso docente educativo con el contexto social: la escuela en la vida. Esta ley establece la relación entre el proceso docente educativo y la necesidad social. Es el proceso docente un subsistema de la sociedad que establece sus fines y aspiraciones. Esto no significa que el proceso docente se identifique con el proceso social en su conjunto. El proceso docente

educativo tiene su propio objeto, su propia personalidad, aunque depende en un plano mayor de la sociedad. El vínculo que se establece entre el proceso docente educativo con la sociedad, en que el papel dirigente lo tiene lo social, explica las características de la escuela en cada contexto social, y se formula, según el modelo teórico que defiende el autor, a través de la relación, problema, objetivo, proceso (objeto), que conforman una tríada dialéctica.

Los componentes: problema, objetivo, objeto (proceso), establecen una tríada dialéctica que como ley caracteriza el desenvolvimiento del mencionado proceso. La escuela es parte de la sociedad, y formando parte de ella desempeña un papel fundamental pero subordinado a los intereses y necesidades de aquella. No es pues el mero vínculo o relación entre la escuela y la sociedad, sino con carácter de ley, la subordinación dialéctica de la parte: la escuela; al todo: la sociedad.

Los múltiples nexos están presentes no sólo en el ingreso y el egreso sino a lo largo de cada uno de los momentos del proceso docente educativo explícita o implícitamente. Si la escuela no está consciente de esto pierde su rumbo, lo que se reflejará en la calidad de su labor: contribuir a la formación cultural de esa misma sociedad. Esta relación problema – objetivo por medio del proceso mismo se expresa del modo siguiente: el estudiante se forma para servir a la sociedad, desde la misma escuela y no sólo después de graduado.

Esto tiene que objetivamente revelarse en la labor cotidiana escolar. Preparar al hombre para la vida en la escuela no es formarlo sólo para cuando deje a esta y se enfrente a la vida, es, ante todo, educarlo participando en la vida, en la construcción de la sociedad; es prepararlo para resolver problemas, ya que durante su estancia en la institución docente aprendió a resolverlos.

La institución docente y el proceso que en la misma se desarrolla existen para satisfacer la necesidad de la preparación de los ciudadanos de una sociedad: el encargo social. La necesidad social, como problema, determina el carácter del proceso

docente educativo y en primer lugar su intención, su aspiración: los objetivos, del cual se derivan el resto de los componentes del proceso. El proceso docente existe para satisfacer la necesidad de preparar determinados tipos de egresados que posibiliten el desarrollo de esa sociedad. Es el objetivo el que recoge la satisfacción de esa necesidad, que se formula de un modo muy breve: el objetivo es el modelo pedagógico del encargo social.

La relación problema - objetivo, es la expresión de esta ley, mediante la cual se puede afirmar que el objetivo es el modelo pedagógico del encargo social. Modelo que precisa las aspiraciones, redactadas en un lenguaje pedagógico, de la sociedad para con las nuevas generaciones. En esa relación el objetivo depende dialécticamente de la necesidad, del problema social. O como también se dice en un lenguaje más formal, el objetivo es función del problema. El problema es la variable independiente y el objetivo la dependiente.

El proceso docente educativo se comporta como un sistema. Un sistema es un conjunto de elementos que están interrelacionados entre sí y que ofrece una propiedad cualitativamente superior a la de cada uno de sus componentes o a la de su simple suma. Además expresa esa propiedad sintetizadora, como sistema, a través del objetivo. De donde el objetivo es la expresión sistémica del proceso para satisfacer el encargo social. El objetivo se convierte, de ese modo, en la guía que transforma la situación: el nivel de formación de los estudiantes, desarrollándolos sucesivamente. Esta es la causa de por qué podemos decir que es el objetivo la categoría rectora del proceso docente educativo. El encargo social se satisface cuando el egresado de la escuela es capaz, y está presto para desempeñar un papel en el contexto social, con cualidades que se corresponden con los intereses de esa sociedad, ya que como a vivir viene el hombre, la escuela debe preparar al hombre para la vida.

En la segunda ley de la didáctica las relaciones internas entre los componentes del proceso docente educativo: la educación a través de la instrucción. Como consecuencia de la primera ley cada unidad organizativa del proceso docente

educativo, como sistema, debe preparar al estudiante para enfrentarse a un tipo de problema y resolverlo. A partir de los problemas esta segunda ley establece las relaciones entre los componentes que garantizan que el estudiante alcance el objetivo, que sepa resolver los problemas. Y se formula por medio de la tríada: objetivo, contenido y método (forma y medio).

La solución del problema, la formación de las nuevas generaciones, se tiene que desarrollar en el proceso docente educativo, y es allí, con el método, que lo diseñado: objetivo y contenido, demuestra su validez. El método (forma y medio) establece la relación dialéctica entre el objetivo y el contenido, en otras palabras, mediante el método se resuelve la contradicción entre el objetivo y el contenido.

El objetivo es la categoría de la didáctica que expresa el modelo pedagógico del encargo social, contiene las aspiraciones, los propósitos que la sociedad pretende formar en las nuevas generaciones; tanto los que se vinculan directamente con el dominio del contenido: los instructivos, como aquellos aspectos más esenciales, que son consecuencia de procesos más trascendentes: los desarrolladores y educativos.

El contenido es la categoría didáctica que expresa aquella parte de la cultura o ramas del saber que el estudiante debe dominar para alcanzar los objetivos, y el método es la categoría didáctica que como concepto dinámico expresa el modo de desarrollar el proceso con el mismo fin. Al analizar el objetivo instructivo apreciamos en él una habilidad que contiene la acción que el estudiante debe mostrar si realmente llega a alcanzar el objetivo. El objetivo incluye, además, el conocimiento asociado a la habilidad y toda una serie de precisiones en cuanto al nivel de asimilación o independencia, profundidad o esencia, generalidad o sistematicidad, entre otras, de dichos conocimientos y habilidades. Luego una definición se puede hacer de un modo sintético, así, podemos definir el proceso docente-educativo como aquel proceso formativo eficaz y eficiente que le da respuesta al encargo social.

Podemos también hacer una definición analítica: el proceso docente-educativo es aquel proceso que, -como resultado de las relaciones didácticas (dialécticas) que se dan entre los sujetos que él participan-; está dirigido, de un modo sistémico y eficiente, a la formación de las nuevas generaciones, tanto en el plano educativo como desarrollador e instructivo (objetivo); con vista a la solución del problema social: encargo social (problema); mediante la apropiación de la cultura que ha acopiado la humanidad en su desarrollo (contenido); a través de la participación activa y consciente de los estudiantes (método); planificada en el tiempo y observando ciertas estructuras organizativas estudiantiles (forma); con ayuda de ciertos objetos (medio); a través de lo cual se obtienen determinadas consecuencias (resultados); y cuyo movimiento está determinado por las relaciones causales entre esos componentes y de ellos con la sociedad (leyes), que constituyen su esencia.

Luego un proceso docente educativo que se pretende en este proyecto de investigación es que tenga una intención educativa donde se asocia el contenido con la vida, específicamente con sus intereses como lo es el juego. Propio con la realidad circundante, en su etapa de adolescencia de la que forman parte las vivencias del estudiante y a la que está dirigida todo el proceso docente en su conjunto. Mientras más real y lúdico circundante es el contenido, más puede establecer el estudiante relaciones afectivas con el problema y más puede vincularlo a sus actuales y futuras relaciones sociales.

4.5.2 Métodos de enseñanza – aprendizaje. El éxito del proceso de enseñanza - aprendizaje depende tanto de la correcta definición y determinación de sus objetivos y contenidos, como de los métodos que se aplican para alcanzar dichos objetivos. En el lenguaje filosófico, según Klaus (1969). El método es un “sistema de reglas que determina las clases de los posibles sistemas de operaciones que, partiendo de ciertas condiciones iniciales, conducen a un objetivo determinado” (p. 2). La característica esencial del método es que va dirigido a un objetivo.

Los métodos son reglas utilizadas por los hombres para lograr los objetivos que tienen trazados. La categoría método tiene, pues, a) la función de servir como medio y b) carácter final. Método significa, primeramente, reflexionar acerca de la vía que se tiene que emprender para lograr un objetivo. Los objetivos que se ha trazado el hombre se alcanzan por medio de acciones u operaciones sistemáticas. La realización de estas acciones u operaciones presupone siempre reflexiones sobre su secuencia. Según Klaus (1969) “Habitualmente, el objetivo propuesto no se logra mediante una sola operación, sino con un sistema de operaciones aún más complicado” (p. 718).

Esta apreciación es importante, porque señala otras dos características del método: el momento de la sistemática y el de la estructura de la acción. La existencia de un método permite la confección de un plan que establezca el sistema de las operaciones a realizar. El método como serie sistemática de acciones indica, la estructura de lo metódico. Método significa proceder gradual, escalonado. Un método es, pues, una serie de pasos u operaciones estructuradas lógicamente, con las que se ejecutan distintas acciones encaminadas a lograr un objetivo determinado.

La estructura de acciones del método, del proceder metódico está determinada por:
• El objetivo de la acción;
• La lógica (de la estructura) de la tarea que hay que realizar;
• Las condiciones en las cuales se realiza la acción.

Estas determinantes nos hacen ver, que el método, que hemos conocido para lograr un objetivo, está vinculado a un objeto. La vinculación con un objeto se expresa, generalmente, mediante la fórmula. “El contenido determina el método.”

1. La afirmación “el contenido determina el método”, tiene que preceder a la de que el método está orientado hacia el objetivo. La primera expresa que la vía para lograr el objetivo ha de concebirse y emprenderse de un modo adecuado y específico con respecto al objeto.

2. La afirmación “el contenido determina el método”, implica la relación entre teoría y método. El método se basa siempre en una teoría; él es siempre método de la (o de una) teoría.

3. La afirmación “el contenido determina el método”, no puede interpretarse como el logro de objetivos, por ejemplo, para la solución de ejercicios, se necesitará siempre un método especial.

En este trabajo se toma la definición de método brindada por Álvarez de Zayas (2002):

> El método es el componente del proceso docente-educativo que expresa la configuración interna del proceso, para que transformando el contenido se alcance el objetivo, que se manifiesta a través de la vía, el camino que escoge el sujeto para desarrollarlo. (p. 47).

Existen múltiples clasificaciones de los métodos de enseñanza - aprendizaje. De todas se toma la sexta clasificación dada por Álvarez de Zayas (2002). Esta clasificación se efectúa en función del grado de actividad del profesor y de la independencia de los estudiantes, y es la siguiente:

1. Método explicativo - ilustrativo.
2. Método reproductivo.
3. Método de exposición problémica.
4. Método heurístico o de búsqueda parcial.
5. Método investigativo.

Los métodos anteriores pueden ser subdivididos en dos grupos:
a) Reproductivos (métodos 1 y 2); con este grupo de métodos, el alumno se apropia de conocimientos elaborados y reproduce modos de actuación que ya el conoce.

b) Productivos (métodos 4 y 5); con este grupo de métodos el alumno alcanza conocimientos subjetivamente nuevos, como resultado de la actividad creadora. La exposición problémica (método 3) es un grupo intermedio, pues en igual medida supone la asimilación tanto de información elaborada, como de elementos de la actividad creadora.

La diferenciación entre los distintos métodos, importante para la comprensión y organización de los diferentes tipos de actividad cognoscitiva, no significa que en el proceso real de enseñanza aprendizaje se encuentren aislados unos de otros. Los métodos de enseñanza-aprendizaje se ponen en práctica combinados entre si y en forma paralela. Es más, la división entre reproductivos y productivos es bastante relativa. Cualquier acto de la actividad creadora es imposible sin la actividad reproductiva.

4.5.3. Estrategia. Díaz Barriga (2002) dice que la estrategia “Es la ciencia que expone hechos relativos a la evolución en el espacio y en el tiempo de los seres humanos y sus actividades colectivas y las relaciones psicofísica de casualidades, que entre ellos, existen según, los valores de cada época” (p. 77). Son todas aquellas técnicas que permiten identificar los principios, criterios y procedimientos que configuran la forma de actuar del docente en relación con la programación didáctica, la ejecución y la evaluación del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Las estrategias metodológicas permiten identificar principios, criterios y procedimientos que configuran la forma de actuar del docente en relación con la programación, implementación y evaluación del proceso de enseñanza aprendizaje. Estas estrategias constituyen la secuencia de actividades planificadas y organizadas sistemáticamente, permitiendo la construcción de un conocimiento escolar y, en particular se articulan con las comunidades. Se refiere a las intervenciones pedagógicas realizadas con la intención de potenciar y mejorar los procesos espontáneos de aprendizaje y de enseñanza, como un medio para contribuir a un mejor desarrollo de la inteligencia, la efectividad, la conciencia y las competencias para actuar socialmente.

El conocimiento de las estrategias de aprendizaje empleadas y la medida en que favorecen el rendimiento de las diferentes disciplinas permitirá también el entendimiento de las estrategias en aquellos sujetos que no las desarrollen o que no las aplican de forma efectiva, mejorando así sus posibilidades de trabajo y estudio. Pero es de gran importancia que los educadores tengan presente que ellos son los responsables de facilitar los procesos de enseñanza y aprendizaje, dinamizando la actividad de los y las estudiantes, los padres las madres y los miembros de la comunidad.

Las estrategias metodológicas de tipo lúdica son empleadas para la resolución de problemas, y son similares en diseño y practica a un juego. Construir juegos involucra creatividad, el juego puede ser un detonante de la curiosidad hacia distintos procedimientos y métodos dentro del área a reforzar (Olfos y Col, 2001). Este tipo de estrategias son importantes ya que resultan ser una manera refrescante y recreativa de aprender y de adquirir conocimientos, la cual ayuda a los estudiantes a desempeñarse mejor y de una manera más relajada en sus estudios.

En la estrategia que se presentara más adelante se dará una explicación de la fundamentación de la propuesta para el desarrollo del pensamiento matemático variacional, donde el estudiante fomentara el uso de habilidades como la modelación y la covariación entre magnitudes o variables implícitas en los juegos.

4.5.4. Del propósito en la Enseñanza del Algebra. El propósito de introducirlo a trabajar con el álgebra en el grado octavo de Educación Básica Secundaria es:

- ✓ Que el adolescente logre traducir del lenguaje natural al lenguaje simbólico y viceversa.
- ✓ Que descubra en el lenguaje simbólico una potente herramienta que le permite encontrar no sólo respuestas numéricas particulares, como solía hacer en aritmética, sino deducir procedimientos, relaciones y patrones.

- ✓ Que logre “expresar” o comunicar a través del lenguaje simbólico relaciones y procesos en forma general.
- ✓ Que el adolescente alcance la destreza suficiente de manipular expresiones simbólicas, para obtener otras equivalentes, útiles para lograr generalizar y modelar matemáticamente situaciones de la vida cotidiana.

Además el lenguaje algebraico busca no sólo el manejo de los símbolos de tipo operacional y de algunas relaciones como se hace en aritmética, sino también ampliarse con sentido ya que son de distinta naturaleza, en elementos abstractos que se están representando a través de letras, esto no quiere decir que dar significado a estos consista en limitarse a sustituir números por letras, sino números por variables; de esta forma lograr plantear y resolver problemas de distintos ámbitos: aritméticos, geométricos, combinatorios etc.

4.5.5. La Psicología Evolutiva y la Enseñanza y Aprendizaje del Algebra. La psicología evolutiva se centra en el desarrollo o evolución de los niños, enfatizando los aspectos relacionados con el aprendizaje y los procesos de cognición. La personalidad más importante de esta corriente es Jean Piaget quien señala que el proceso de desarrollo de la inteligencia se desarrolla en cada niño a través de determinados estadios que son parte de un proceso continuo, en el cual una característica del pensamiento infantil se cambia gradualmente en un tiempo determinado y se integra en formas mejores de pensamiento.

Piaget (1969) distingue tres estadios de desarrollo cognitivo cualitativamente diferentes entre sí, el estadio sensoriomotor (0-2 años), el estadio de operaciones concretas (2-11 ó 12 años) y el estadio de las operaciones formales. Con respecto al estadio de operaciones formales, se establece que inicia alrededor de los 11 o 12 años y alcanza su pleno desarrollo tres años mas tarde. Es el periodo del pensamiento logico ilimitado el que se caracteriza por:

- ✓ La habilidad para pensar mas alla de la referencia a experiencias concretas.
- ✓ Capacidad de usar a nivel logico, enunciados verbales y proposiciones en vez de objetos concretos unicamente.
- ✓ Habilidad para pensar teoricamente sobre las consecuencias de los cambios de objetos y sucesos.
- ✓ Habilidad para razonar acerca de las combinaciones de las variables en un problema.
- ✓ Capacidad para comprender reglas generales de ejemplos particulares.
- ✓ Capacidad de deducir conclusiones particulares de proposiciones generales.
- ✓ El orden por el que pasan los niños las etapas del desarrollo no cambia, es decir deben pasar por las operaciones concretas para llegar al estadio de las operaciones formales; pero la rapidez con que pasan los niños por estos estadios cambia de persona en persona.

Bajo la caracterizacion de los estadios del desarrollo del niño queda explicita la edad ideal para iniciar la transicion de la aritmetica al algebra en la escuela. En los tres grados del tercer nivel de educacion basica, los maestros deben realizar actividades encaminadas a desarrollar el pensamiento logico formal en los estudiantes de manera gradual y que los capacite para comprrender las estructuras del algebra formal tanto en el nivel pre-universitario como en el universitario propiamente dicho.

Se sabe que para muchos alumnos, explica Palarea (1998), el algebra resulta dificil e incluso irrelevante y algunos llegan a experimentar un rechazo tan intenso que impregna al conjunto de su actitud hacia las matematicas. Para estos alumnos, lo que se les pide hacer en algebra no tiene un significado real subyacente. La explicacion piagetiana de este fenomeno corresponderia con el razonamiento, según el cual, el desarrollo a partir del pensamiento operacional concreto para pasar al pensamiento operacional formal, no esta lo suficientemente avanzado en el momento en que se desea progresar para llegar a las siguientes ideas algebraicas.

En términos de la teoría piagetiana, sólo en la etapa de las operaciones formales se puede esperar que vaya desapareciendo la dependencia de los referentes concretos. Por eso, los alumnos deben aprender el algebra como un conjunto de competencias incluyendo la representacion de la relaciones cuantitativas, como un estilo del pensamiento matematico, el pensamiento algebraico, que “da cuerpo a la construccion y a la representacion del modelo de regularidad, permite razonar, proyectar y conjeturar” (Palarea, 1998, p. 6).

4.5.6. Educación Matemática. La Educación Matemática es un sistema social heterogéneo y complejo, en el cual se distinguen dos campos:

a. La acción práctica reflexiva sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Este es el campo propio del profesor y se realiza principalmente en las instituciones escolares.

b. La Didáctica de las Matemáticas, que es una disciplina científica autónoma en la cual las matemáticas constituyen el saber que se quiere transmitir. Este campo se compone, a su vez, de dos áreas de investigación, a saber:

1. La investigación científica, que trata de entender la naturaleza del pensamiento matemático y de explicar el funcionamiento de los sistemas didácticos y, en la medida de lo posible, predecir su comportamiento. Esta investigación es básica y descriptiva y sus resultados son las teorías y los modelos educativos matemáticos.

2. La investigación aplicada a la tecnología didáctica. Esta área es prescriptiva y busca una mayor eficacia de la instrucción matemática, empleando los conocimientos disponibles en la elaboración de dispositivos para la acción: manuales escolares, material didáctico, diseño de currículos.

Los especialistas en Educación Matemática - los “educadores de la matemática” – pretenden formar o instruir a sus discípulos mediante las matemáticas, es decir, consideran a esta ciencia, en todo o en parte, como objeto de educación para aquellos

a cuya formación o a cuyo desarrollo están contribuyendo. Para ellos, el análisis didáctico de los contenidos conjuga dos dimensiones igualmente importantes, a saber, la educativa y la matemática.

La profesionalización de los educadores de la matemática se ha visto estimulada en los últimos 30 años por las reformas de la enseñanza de las matemáticas emprendidas en distintos países, particularmente en América y en Europa. Barrantes y Ruiz (1998) reconocen esta influencia de la manera siguiente:

> Lo más significativo que debemos citar de la historia de la reforma y de la educación matemática de los últimos treinta años es la creación de una nueva profesión o, mejor dicho, de nuevos profesionales especialistas: los educadores de la matemática. (p.20).

Los mismos autores continúan diciendo:

> No es que no haya habido educadores de las matemáticas antes (lo que es evidente), lo que deseamos subrayar es que, en los últimos treinta años se ha dado una verdadera profesionalización de la enseñanza de las matemáticas, que ha avanzado desigualmente en las diferentes latitudes. Cada día se progresa en la fisonomía de esta disciplina que antes se llegó a concebir como matemáticas de menor nivel o, muchas veces, como una especie de embutido de matemáticas y didáctica sin plena articulación. Puesto en otros términos: se ha avanzado extraordinariamente en la construcción de una auténtica comunidad científica y académica en torno a la educación matemática. (p. 32).

Como bien se expresa en las citas anteriores, la educación matemática tiene sus fundamentos en las matemáticas, tomando no solamente su cuerpo teórico, sino también su historia y epistemología, ya que aquellas (las matemáticas) son vistas como el resultado de un proceso cultural.

Pero su objeto de estudio no sólo se centra en los procesos de producción y comunicación de las matemáticas de punta o de investigación, sino también en los procesos de producción y de comunicación de las matemáticas en el entorno escolar, y en la vida cotidiana de los individuos. Pero además, dado que considera el cuerpo teórico de la matemática como el resultado de un proceso social y cultural, entonces tanto la enseñanza como el aprendizaje son vistos también como el producto de las interacciones socio-culturales, lo cual hace necesaria la conceptualización de la educación como un problema que trasciende del plano de lo meramente psicológico o pedagógico, llevándolo a un campo mucho más amplio que es el escenario de los intercambios y negociaciones de saberes de orden cultural.

Para dar cuenta del objetivo fundamental que se propone, la Educación Matemática exige el concurso de múltiples disciplinas, dada la naturaleza eminentemente social de su objeto de estudio. Esto hace que la investigación en Educación Matemática sea de carácter interdisciplinario. Pero no es cualquier tipo de interdisciplinariedad, sino aquella en la cual, al abordarse un problema de investigación, cada una de las disciplinas que participa de la investigación aporta elementos desde su especialidad, para resolver el problema propuesto de una manera integrada. No se trata pues de una simple suma de esfuerzos, sino de un trabajo integrado en el cual todas las disciplinas implicadas en el desarrollo de la investigación abordan el problema de una manera global a través de una interacción constante en el que cada una alimenta el proceso de las demás.

El doctor Alfonso Borrero (1994) define la interdisciplinariedad como “la conveniente articulación de las ciencias o disciplinas particulares y de los diversos círculos epistemológicos o sectores de afinidad disciplinaria, para el estudio de problemas complejos y para producir mejores y más integradas disposiciones curriculares” (p.17). Más adelante, en el mismo artículo define varios tipos de interdisciplinariedad según la manera como se interrelacionen las distintas disciplinas que conforman el equipo interdisciplinario, frente a la manera de abordar el problema.

Para el caso de la Educación Matemática la que más se ajusta a sus objetivos es la llamada interdisciplinariedad compuesta la cual él define en los siguientes términos:

> La necesaria presencia de ciencias y profesiones varias para que el proyecto sea llevado a cabo con éxito, hace que el trabajo sea de interdisciplinariedad compuesta. Ciencias y profesiones que deberán someterse a normas de participación –interdisciplinariedad normativa– consistentes ante todo en esa colaboración restringida –interdisciplinariedad restringida– que sin restar en nada la acción virtual y plena de las particulares disciplinas y profesiones, cada una aporte cuantitativamente lo que de ella se exige –interdisciplinariedad alícuota– sin pretensiones de liderazgo exclusivista por parte de ninguna. (Borrero, 1994, p. 32).

Las disciplinas que en general ingresan al campo de la Educación Matemática (y en particular a la investigación en didáctica de las matemáticas) pueden ser agrupadas en dos grandes bloques:

> En el primero se sitúan las matemáticas (en el sentido planteado por Vasco en su octógono de la Educación Matemática), y en el segundo están, la Filosofía (Antropología, Ética, Gnoseología, Epistemología), la Lógica, la Informática (Ciencias de la información), Lingüística (Semiología, Semántica, Semiótica), La Neurología y la Biología, la Psicología, la Antropología (Racionalidad, Sensibilidad, Estética y Ética) y la Historia de las matemáticas (Vasco, 1994, p. 69).

Desde una perspectiva de la educación matemática como la anteriormente descrita, el sistema educativo debe ser considerado como una compleja red de procesos, con gran interdependencia entre unos y otros, que ponen en estrecha relación los componentes del sistema. El Dr. Carlos Eduardo Vasco propone (1990): “los componentes principales del sistema educativo o sujetos de la educación a los maestros y a los

alumnos" (p. 112). Un tercer componente del sistema educativo lo constituyen los saberes socialmente constituidos. "En particular pueden separarse como componentes los distintos saberes socialmente circulantes se llamen o no científicos" (p. 111).

Otros elementos presentes en el sistema educativo tales como directivos, padres de familia y demás miembros de la comunidad, así como procesos de orden político, económico, cultural, etc., configuran lo que este autor llama los microentornos, que se constituyen alrededor de los maestros y alumnos, y el macroentorno, en el cual está inmerso el sistema educativo como tal. Estos elementos determinan un conjunto de relaciones pedagógicas: "las relaciones maestro–alumno(s); maestro–microentorno(s); alumno–microentorno(s), y las relaciones de todos ellos con el macroentorno, y en particular con los saberes socialmente circulantes" (p. 111).

Analizar los microentornos y los macroentornos permite delimitar no solo el contexto social dentro del cual se desarrolla la vida de los actores del sistema educativo, sino también, comprender las relaciones de éstos con el medio físico en el cual viven y así poder aprovecharlas en los procesos de enseñanza y de aprendizaje. Pero estos no deben ser entendidos sólo como los contextos de orden cultural, social, económico, político, etc., en el cual se encuentran inmersos los actores del sistema educativo, sino que también los micro– y macro– entornos están conformados por los contextos matemáticos sobre los cuales se desarrolla la actividad intelectual del alumno. En estos contextos matemáticos es donde se debe centrar el que hacer del docente.

Por su parte los saberes y conocimientos matemáticos deben ser comprendidos en tres dimensiones: "el saber matemático científico (las matemáticas de investigación), el saber matemático cotidiano (las matemáticas de la vida cotidiana) y el saber matemático escolar (las matemáticas en la escuela)" (Vasco, 1994, p. 63).

4.5.7. Fines y Metas de la Educación Matemática. La educación matemática en sus fines maneja tres tipos de argumentos como su valor formativo ya que desarrolla un razonamiento lógico, simbolización, abstracción, rigor, precisión. Luego desarrolla un

pensamiento formal, así se pueden generar mentes bien formadas cuando se construye razonamiento y organización en el pensamiento del estudiante.

También como segundo lugar se puede manejar los fines de la educación como su utilidad práctica ya que la información se puede codificar y puede representar un medio social y natural de tal forma que puede describir fenómenos naturales a través de modelos matemáticos de las cuales se puede concluir e inferir. En tercer lugar la matemática maneja un puente en la formación intelectual de los alumnos ya que es un elemento de trabajo para otras disciplinas donde se debe producir la capacidad de razonamiento.

Así en este trabajo se define que la educación matemática debe tener como fines: El desarrollo de las capacidades de pensamiento del estudiante, razonamiento, acción, y hechos. Promover la expresión artística y representación de patrones y el manejo y uso de esquemas gráficos donde se diseñen formas artísticas. Participar en la construcción de su conocimiento matemático, a través de hechos y situaciones planteadas en el salón de clase. Generar un razonamiento lógico y un proceso científico en la búsqueda y solución de problemas.

4.5.8. La Lúdica. La palabra lúdica, de acuerdo a Dinello (2006), señala que tiene origen en:

> La raíz latina ludricus que significa divertido, o en la raíz ludus, que significa juego. Por ello la define como: una rama de la didáctica que tiene como propósito generar expectativas, interés y motivación hacia el aprendizaje, el contenido del aprendizaje y las formas de aprendizaje. (p.8).

Las actividades lúdicas como su nombre lo indica son todas aquellas acciones que de alguna manera llevan implícito un juego que va a servir de diversión y aprendizaje. Por lo tanto, el juego y las actividades lúdicas son más que estrategias didácticas o

recursos que tienen como objetivo la adquisición de nuevos contenidos. Se aprecia que la lúdica es una herramienta eficaz para que los adolescentes se sientan felices, puesto que la idea con los juegos es enriquecer el desarrollo de los niños brindándoles mayores posibilidades de expresión y satisfacción en donde se mezclan el placer, el goce, la actividad creativa y el conocimiento a través de aprendizajes desarrollados bajo esta técnica y a la vez estrategia.

Se entiende como lo lúdico está relacionado con el juego, y de éste término existen varias definiciones, ente ellas expuestas por Calero (2003), “es una fuente inagotable de aprendizaje y ensayo de vida” (p. 23). Ello implica, que a través del juego el joven simula situaciones de la vida y de ello aprender, porque a través de él se puede adueñar de representaciones que ve y las realiza. Además señala que “el recurso lúdico juega un papel vital en el proceso de construcción del operatorio así como la consecuente apropiación de todo lenguaje matemático y desarrollo y afianzamiento de las nociones matemáticas básicas” (p. 27).

Esto se confirma cuando se dice que la actividad matemática ha tenido desde siempre una componente lúdica que ha sido la que ha dado lugar a una buena parte de las creaciones más interesantes que en ella han surgido. La matemática, por su naturaleza misma, es también juego, si bien este juego implica otros aspectos, como el científico, instrumental, filosófico, que juntos hacen de la actividad matemática uno de los verdaderos ejes de nuestra cultura. Esto es especialmente interesante cuando se planifican métodos más adecuados para transmitir los estudiantes el profundo interés y el entusiasmo que las matemáticas pueden generar y para proporcionar una primera familiarización con los procesos usuales de la actividad matemática.

4.5.9. Lúdica matemática. La matemática lúdica es una forma de aprender jugando y sobre todo, de animar a las personas para que adquieran mayor interés por esa materia. La actividad matemática ha tenido desde siempre un componente lúdico que ha sido la que ha dado lugar a una buena parte de las creaciones más interesantes que en ella han surgido.

La historia de la matemática está llena de pasatiempos, acertijos, juegos de ingenio, historias paradójicas, ilusiones ópticas. El carácter lúdico ha dado importantes frutos al desarrollo aplicado y teórico de la matemática. Por el contrario, la enseñanza de la Matemática ha insistido en un desarrollo formal, deductivo, dando especial énfasis a los procesos de cálculo algorítmico, dejando a un lado esta faceta "juguetona", extremadamente atractiva del quehacer matemático. Las acciones de juego realizado con jóvenes empleando una metodología, recursos y materiales bajo un fin determinado, constituye las actividades lúdicas que el joven activará durante el juego, bajo la acción mediadora del docente.

4.5.10. Concepto de Juego. Huizinga (2000) sostiene la tesis de que el juego puede ser el fundamento de la cultura. En su opinión las grandes ocupaciones de la convivencia humana están impregnadas de juego. En particular, el juego comienza desde el lenguaje, pues a través de él se levantan las cosas al ámbito del espíritu, en el simple hecho de nombrar las cosas: "Jugando fluye el espíritu creador del lenguaje constantemente de lo material a lo pensado" (p.17).

Luego el juego es una actividad placentera, de interés, es una manera mediante el cual los estudiantes van adquiriendo y desarrollando sus habilidades físicas y motrices. Este les permite relacionarse, comunicarse y expresarse y es también un agente educativo. Jugando el estudiante tiene la oportunidad de experimentar, probar e imitar, lo que hace a los juegos elementos esenciales en la adaptación y desarrollo social de estos.

Los juegos y las matemáticas son equivalentes en diseño y resolución problemas. Luego se debe tener claro que el juego genera un potencial significativo en el aprendizaje de las matemáticas donde ayude a aclarar conceptos que desde la parte teórica son difíciles de asimilar. No hay que olvidar que parte de la matemática se ha generado a partir de juegos como el azar que género la teoría de conteo y probabilidad. No hay que olvidar que el juego y la matemática son un complemento para que los procesos que se generan en estos sean potencialmente significativos. La resolución de problemas está en el núcleo de la actividad matemática. Esta favorece la motivación, el

hábito y el aprendizaje de las ideas matemáticas. La resolución de problemas da espacio al pensamiento inductivo, a la formulación de hipótesis y a la búsqueda de caminos propios.

Los problemas usualmente hacen referencia a contextos ajenos a la matemática. Llevan historia y abren una ventana a la vida. En oposición a los ejercicios, no se puede determinar con rapidez si serán resueltos. No es evidente el camino de solución. En la resolución de problemas hay que relacionar saberes, hay que admitir varios caminos. El grado de dificultad de un problema es personal, pues depende de la experiencia. El problema debe ser de interés personal. Para alcanzar su solución se requiere de exploración, y de estar dispuesto a dedicar tiempo y esfuerzo en ello. La actividad de resolución de problemas proporciona placer, en especial la búsqueda de solución y el encontrarla.

Los buenos problemas no son acertijos o con trampas. Son interesantes en sí mismos, no por su aplicación. Son un desafío similar a los vividos por los matemáticos. Apetece compartirlos. Aparece algo abordable. “Proporcionan placer y son un desafío intelectual” (Huizinga, 2000, p. 124).

De acuerdo a Medina (2006), el propósito de los juegos se resume en tres objetivos generales:

> - Brindar oportunidades de desarrollo y aprendizaje en todos los campos de la conducta: social, emocional, intelectual y física.
> - Canalizar ese desarrollo y aprendizaje a través de actividades creadoras.
> - Encauzar una real situación de juego que permita expresar auténticas vivencias. (p. 55).

Dentro de los campos de la conducta se explican de la siguiente manera:

- ✓ En lo Social: que el niño pueda dentro de una situación de juego: situaciones, compartir materiales y proyectos, formar hábitos de orden y cuidado de la materia.

- ✓ En lo Emocional**:** que el niño pueda dentro de una situación de juego: respetar, valorar el trabajo propio y ajeno; aprender a elegir de acuerdo con sus intereses y desarrollar un sentido de responsabilidad creciente, sensibilizarse estéticamente y adoptar una actitud más independiente del adulto.

- ✓ En lo Intelectual: que el niño pueda dentro de una situación de juego: explorar, experimentar, investigar, organizar la realidad, adquirir las bases para el aprendizaje formal.

- ✓ En lo Físico: que el niño pueda dentro de una situación de juego: desarrollar la psicomotricidad, adquirir y ejercitar habilidades manuales, lograr un buen manejo de su cuerpo en el espacio.

Los objetivos alcanzan la parte social, emocional, intelectual y físico del niño, y con ello se da respuesta a todas las necesidades del mismo. Por lo tanto, las actividades lúdicas propuestas a través de juegos brindan la oportunidad de lograr cada uno de los objetivos explicados anteriormente, porque con ellos se aplican las normas y reglas tales como: esperar el turno, por ejemplo en el juego de la memoria ser honesto, si levanto una tarjeta que no corresponde debe colocarla en su sitio y esperar de nuevo el turno, y no seguir levantado otras.

Piaget (1969) presenta el desarrollo del juego en la vida del niño identificando tres maneras sucesivas del juego:

• Juegos prácticos: corresponde la etapa senso-motora. Comprende desde los 6 a los 18 meses y consiste en la repetición de secuencias bien establecidas de acciones, sin propósito alguno, sólo por el hecho de sentir placer al dominio de esas destrezas

motoras. En la medida en que estas acciones empiezan a tener un propósito, los juegos prácticos se transforman en juegos simbólicos.

• Juegos simbólicos: corresponde a la etapa pre-operacional. Comprende desde los 2 años aproximadamente. Son aquellos en los que el niño disfruta de imitar acciones de la vida diaria, como comer, bañarse, hablar por teléfono, entre otros. A través de estos juegos se desarrolla la representación, la asociación, el lenguaje, la socialización y sirve de medio para canalizar emociones. Hacia los cuatro años aproximadamente el juego simbólico comienza a hacerse menos frecuente, esto ocurre en la medida en que el niño se integre a un ambiente real.

• Juego de reglas: corresponde a la etapa de operaciones concretas. Comprende desde los 6 a 11 años aproximadamente. Esta forma de juegos es más colectiva y está constituida por reglas establecidas o espontáneamente determinadas que se realizan con dos o más personas. El juego de reglas marca la transición hacia las actividades lúdicas del niño socializado, ya que en éstos se someten a las mismas reglas y ajustan exactamente sus juegos individuales los unos a los otros, a diferencia del juego simbólico en el que los niños juegan cada uno para sí, sin ocuparse de las reglas de los demás. Groos (1902), clasificó los juegos en dos grandes grupos:

Los de experimentación o funciones generales, que comprenden:

• Juegos sensoriales: auditivos, visuales, táctiles, silbidos. Por ejemplo juegos en los que la música nos guía o identificar figuras.

• Juegos motores: carreras, saltos. Por ejemplo el pañuelo, el primero que llegue a la meta, etc.

• Juegos intelectuales: en los que actúa la imaginación, la resolución de problemas, la curiosidad. Ejemplo formar figuras con otras, descripción de una figura.

• Los juegos de funciones especiales: comprenden los juegos de persecución, de lucha, de ocultamiento, de caza, imitación, actividades

> familiares y sociales. Ejemplo los parches, imitaciones de juegos de mesa. Cacería de figura. (p. 68).

Chateau (1958) denominó a los juegos funcionales los cuales permiten a cada función explorar su dominio y extenderse para originar nuevos resultados. Así se ha podido señalar que la aparición en el niño de toda función nueva da siempre lugar a múltiples juegos funcionales. También podríamos clasificar los juegos de la siguiente manera

• Juegos creativos: nos permiten desarrollar en los estudiantes la creatividad y bien concebidos y organizados propician el desarrollo del grupo a niveles creativos superiores.

Estimulan la imaginación creativa y la producción de ideas valiosas para resolver determinados problemas que se presentan en la vida real. Existen varios juegos creativos que se pueden utilizar para romper barreras en el trabajo con el grupo, para utilizar como vigorizantes dentro de la clase y desencadenar un pensamiento creativo en el grupo de estudiantes.

• Juegos didácticos: El juego didáctico puede ser definido como el modelo simbólico mediante el cual es posible contribuir a la formación del pensamiento teórico y práctico de los/las estudiantes y a la formación de las cualidades que deben reunir para el desempeño de sus funciones: capacidades para dirigir y tomar decisiones individuales y colectivas, habilidades y hábitos propios de la dirección y de las relaciones sociales. Cuando creamos un juego debemos tener presente al grupo para qué grupo lo estamos preparando. Que característica tiene ese grupo, la cantidad de estudiantes que posee, las edades promedio y los intereses colectivos del mismo.

Se diseñan fundamentalmente para el aprendizaje y el desarrollo de habilidades en determinados contenidos específicos de las diferentes asignaturas, la mayor utilización ha sido en la consolidación de los conocimientos y el desarrollo de habilidades. Estos deben tener una correspondencia directa con los objetivos, contenidos y métodos de

enseñanza y adecuarse a las indicaciones, acerca de la evaluación y la organización escolar.

• Juegos Profesionales: son aquellos juegos que podemos comprar, que han sido elaborados por empresas especializadas. Estos pueden ser transformados y adaptados para su uso en el aula.

Luego en este proyecto se pretende proponer unos juegos didácticos ya que buscan la formación del pensamiento variacional asociado al desarrollo de contenidos algebraicos. Se desarrollan para tener un aprendizaje y un desarrollo de habilidades en contenidos como factorización, productos notables, ecuaciones lineales, M.C.D y m.c.m. de expresiones algebraicas los cuales están acorde a los estándares curriculares propuestos para el grado octavo.

De esta manera, tenemos que entender que los juegos no son una estrategia de enseñanza nueva, pero si efectiva siempre y cuando se organicen con un propósito claro y de manera organizada. Deben corresponderse con los objetivos, contenidos, y métodos de enseñanza y adecuarse a las indicaciones, acerca de la evaluación y la organización escolar.

Cada actividad de comprender los objetivos y reglas claras, ya que esto impedirá que se torne de un ambiente educativo a uno hostil y desordenado. Debemos preparar para cada juego una ficha de trabajo que comprenda:

• Los objetivos de la actividad
• La descripción y reglas del juego
• Los materiales a utilizar
• Debate o discusión que se realizara después de terminada la actividad
• Tiempo de duración
• Estructura del grupo
• Rúbrica de evaluación de la actividad.

Esto nos permitirá tener mayor control de la situación en momentos donde nuestra total atención es necesaria. Además se debe tener en cuenta los siguientes elementos para el éxito del trabajo con los juegos didácticos:

• Delimitación clara y precisa del objetivo que se persigue con el juego.
• Metodología a seguir con el juego en cuestión.
• Instrumentos, materiales y medios que se utilizarán.
• Roles, funciones y responsabilidades de cada participante en el juego.
• Tiempo necesario para desarrollar el juego.
• Reglas que se tendrán en cuenta durante el desarrollo del juego
• Lograr un clima psicológico adecuado durante el desarrollo del juego.
• Papel dirigente del profesor en la organización, desarrollo y evaluación de la actividad.
• Adiestrar a los estudiantes en el arte de escuchar.

4.6 MARCO PEDAGOGICO

4.6.1. Teorías Aplicadas a la Enseñanza - Aprendizaje de la Matemática. A lo largo de la historia de la psicología, el estudio de las matemáticas se ha realizado desde perspectivas diferentes, a veces enfrentadas, subsidiarias de la concepción del aprendizaje en la que se apoyan. Ya en el periodo inicial de la psicología científica se produjo un enfrenamiento entre los partidarios de un aprendizaje de las habilidades matemáticas elementales basado en la práctica y el ejercicio y los que defendían que era necesario aprender unos conceptos y una forma de razonar antes de pasar a la práctica y que su enseñanza, por tanto se debía centrar principalmente en la significación y en la comprensión de los conceptos.

Por otro lado, el psicólogo y pedagogo constructivista Piaget (1969) reaccionó también contra los postulados asociacionistas, y estudió las operaciones lógicas que subyacen a muchas de las actividades matemáticas básicas a las que consideró pre-requisitas para la comprensión del número y de la medida. Muchas de sus aportaciones siguen

vigentes en la enseñanza de las matemáticas elementales y constituyen un legado que se ha incorporado al mundo educativo de manera consustancial.

De igual manera, Piaget (1969) sugiere que alrededor de los 12 años la mayoría de los jóvenes entran en la etapa final del desarrollo cognoscitivo, la etapa de las operaciones formales. Durante este periodo hacen su aparición las principales características del pensamiento adulto. Aunque los niños en la etapa de las operaciones concretas pueden pensar de manera lógica, parece que sólo pueden hacerlo con hechos y objetos concretos. En contraste, quienes han alcanzado la etapa de las operaciones formales pueden pensar de manera abstracta; no sólo pueden manejar los hechos reales o concretos, sino que también pueden manejar las posibilidades, es decir, hechos potenciales o relaciones que no existen, pero que pueden ser imaginados.

Durante esta etapa final del desarrollo cognoscitivo, los jóvenes se hacen capaces de lo que Piaget denomina razonamiento hipotético-deductivo. Así cuando se enfrentan con un problema, los alumnos pueden formular una teoría general que incluye todos los factores posibles, a partir del cual razonan deductivamente para formular hipótesis específicas que pueden probar examinando la evidencia existente o adquiriendo nueva evidencia. Además cuando llegan a la etapa de las operaciones formales demuestran razonamiento propositivo. Pueden evaluar la validez lógica de las aseveraciones verbales, aun cuando éstas se refieran a posibilidades más que a hechos del mundo real.

El pensamiento de los niños más grandes o de los adolescentes se parece al de los adultos, Piaget (1969) considera que aún está lejos del nivel adulto. Así, los niños más grandes, y en especial los adolescentes, suelen utilizar sus nuevas capacidades de razonamiento para construir teorías generales sobre la religión, la política o la ética. Aunque el razonamiento empleado puede ser lógico, las teorías suelen ser ingenuas debidas simplemente a que los individuos que las construyen no saben lo suficiente de la vida para hacer un trabajo más cuidadoso o sofisticado.

Aunque la gente que ha alcanzado la etapa de las operaciones formales es capaz de involucrarse en el razonamiento hipotético-deductivo, el razonamiento propositivo y otras formas avanzadas de pensamiento, esto no garantiza que realmente lo hagan. Por el contrario, incluso los adultos suelen retroceder a modelos menos avanzados de pensamiento. Eso implica que tener la capacidad para el pensamiento no asegura que ocurrirá. Las opiniones de Piaget han sido el foco de muchas investigaciones diseñadas para probar su exactitud. Los resultados sugieren que la teoría aunque rica en muchos aspectos, no proporciona en definitiva una explicación completa y exacta del desarrollo cognoscitivo.

La idea central de Piaget con respecto a estas etapas, como lo explica Castillo (2006), "…es que los conocimientos se alcanzan a través de un proceso interactivo constructivo que se da constantemente entre el sujeto y los objetos de conocimiento" (p.330). Por tanto, para desarrollar intelectualmente al adolescente hay que considerar aspectos como la maduración, la experiencia física con los objetos, la interacción y la equilibrarían del mismo con el medio. Por ello, hay que proporcionar una buena experiencia educativa, donde se le presenten al adolescente situaciones en las que experimente, maneje objetos y símbolos, plantee interrogantes y busque sus propias respuestas para que finalmente comparare sus logros con los de sus compañeros.

4.6.2. El Constructivismo. El constructivismo ve el aprendizaje como un proceso en el cual el estudiante construye activamente nuevas ideas o conceptos basados en conocimientos pasados y presentes. En otras palabras, el aprendizaje se forma construyendo nuestros propios conocimientos desde nuestras propias experiencias. Algunos de los beneficios de este proceso social son, Según Gutiérrez (2001): "Los estudiantes pueden trabajar para clarificar y para ordenar sus ideas y también pueden contar sus conclusiones a otros estudiantes. Eso les da oportunidad de elaborar lo que aprendieron" (p. 174).

Amechazurra (2006) señala que:

> Los teóricos cognitivos como Jean Piaget y David Ausubel, entre otros, plantearon que aprender era la consecuencia de desequilibrios en la comprensión de un estudiante y que el ambiente tenía una importancia fundamental en este proceso. El constructivismo en sí mismo tiene muchas variaciones, tales como Aprendizaje Generativo, Aprendizaje Cognoscitivo. Aprendizaje basado en problemas, Aprendizaje por descubrimiento, Aprendizaje Contextualizado y Construcción del Conocimiento. (p.25).

La formalización de la teoría del constructivismo se atribuye generalmente a Jean Piaget, que articuló los mecanismos por los cuales el conocimiento es interiorizado por el que aprende. Piaget sugirió que a través de procesos de acomodación y asimilación, los individuos construyen nuevos conocimientos a partir de las experiencias. La asimilación ocurre cuando las experiencias de los individuos se alinean con su representación interna del mundo.

El constructivismo se da para que la enseñanza se facilite y el conocimiento tenga un valor significativo en el proceso de aprendizaje. Partiendo del enfoque tradicionalista es decir el Conductismo en los años 60 se puede observar que la investigación en procesos cognitivos estuvo influenciada por la teoría de los sistemas y procesos de información. En los años 80 implico conocer en qué consistía esos procesos cognitivos, las construcciones mentales que hacían los estudiantes y genero lo que se llama hoy en día “Constructivismo”. En la cual la realidad es externa y la construcción que hacemos de ella es a partir de las relaciones con el mundo. Si empezamos hablar de constructivismo debemos referirnos a lo más representativo que está en Piaget donde el estudiante va creando unas estructuras mentales hasta llegar a unas más elaboradas donde se encuentra implícita la actividad cognitiva del individuo.

Para el constructivismo el aprendizaje gira en torno al estudiante es independiente de cualquier manipulación pedagógica que hagamos en la práctica. También hay que establecer las relaciones que tiene el estudiante y en que ambientes el estudiante descubre o genera dichas interacciones hasta construir su propio conocimiento. En esta concepción paidocentrista tenemos que el estudiante debe tener unas ideas previas donde el profesor no es solo un transmisor de conocimientos sino un apoyo para que incentive los instrumentos donde el estudiante debe construir a partir de su saber previo.

5. METODOLOGIA DE LA INVESTIGACION

Este proyecto surge a partir de la observación realizada en la Institución Educativa Rural San Joaquín de Santa María-Huila a los estudiantes del grado octavo en la que se pudo establecer que no tienen un adecuado pensamiento matemático variacional para desarrollar contenidos algebraicos de una forma adecuada. No sienten ninguna motivación e interés por el área de matemáticas, lo cual les lleva a un bajo desarrollo de habilidades para apropiarse de los conceptos y que después transciende en el dominio de los contenidos que deben tener en cada proceso, tema y nivel y que la mayoría de las falencias de los estudiantes las presentan en productos notables, ecuaciones lineales y descomposición factorial, etc. Todo esto conlleva a un bajo rendimiento académico en las áreas relacionadas con matemáticas, especialmente en lo referido a los conceptos de productos notables y casos de factorización.

Se realiza el análisis de las categorías de la investigación:

5.1. TIPO DE INVESTIGACIÓN

El tipo de investigación es cualitativo con corte descriptivo apoyado con métodos estadísticos para sintetizar los resultados de una forma concisa, clara y objetiva frente a la unidad de análisis a estudiar el cual es *el pensamiento variacional* que está inmersa en los procesos de enseñanza aprendizaje de los estudiantes de octavo grado de la Institución Educativa Rural San Joaquín.

5.2. DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN

De acuerdo a la naturaleza cualitativa de la investigación se desarrollaron las siguientes fases:

5.2.1. Fase 1: Revisión documental. En el contexto nacional e internacional se realizó la búsqueda documental para su respectivo análisis de la unidad de análisis *pensamiento*

matemático variacional. Además para generar una caracterización cualitativa de las categorías encontradas en la problemática planteada anteriormente.

5.2.2. Fase 2: Diagnóstico. Consiste en la aplicación de dos pruebas, la prueba número uno; prueba de razonamiento, compuesta por razonamiento numérico, razonamiento abstracto y razonamiento espacial y la prueba numero dos; prueba de algebra. Las pruebas permitirán evidenciar el nivel de desarrollo del pensamiento variacional en cada uno de los estudiantes de octavo grado, puesto que ellas contienen expresiones de covariacion entre patrones y su movimiento mental tiene momentos de captación de lo que cambia y de lo que permanece constante y de los patrones que se repiten, donde el estudiante trata de buscar habilidades en la modelación mental y la posibilidad de refinar el modelo o descartarlo para llegar a una solución al problema.

La primera consiste en una prueba general, esta medirá habilidad de pensamiento desde lo numérico, lo abstracto y lo espacial, con el fin de entender cuál es la capacidad de razonamiento que posee el estudiante. Para ello busque el apoyo de actividades propuestas desde la psicología como el test de aptitudes diferenciales DAT con el fin de ofrecer un procedimiento integrado, científico y bien estandarizado para medir las aptitudes de los alumnos, a lo que consideramos como condición o conjunto de características consideradas como sintomáticas de la capacidad de un individuo para adquirir mediante capacitación algún conocimiento o destreza.

La segunda la prueba de Algebra que posee cuatro componentes que son: propiedades, lenguaje algebraico, operaciones y resolución de problemas, la cual busca analizar los desempeños que poseen hasta el momento en el álgebra, las conexiones que realizan con la Aritmética, de tal manera que se evidencie la razón de ser de la investigación. (Cuáles son las dificultades de un bajo desarrollo del pensamiento matemático variacional). La prueba número uno tiene como objetivo conocer los tratamientos que desarrollan los estudiante en torno a la solución en situaciones, desde el razonamiento numérico, el razonamiento abstracto y el razonamiento espacial. La prueba estuvo compuesta por tres tipos de pruebas en cada

una de ellas se desarrollaron 10 preguntas de acuerdo a cada uno de los razonamientos antes mencionados, de esta manera las pruebas planteadas tienen los siguientes propósitos:

La prueba de razonamiento numérico busca indagar por los procesos básicos que el estudiante muestre para resolver operaciones básicas y algunos problemas que involucren de estas mismas se asume como la puesta en escena de conceptos previos desarrollados en la básica primaria y en los primeros años de la educación secundaria. Los ítems de Cálculo permiten examinar comprensión de las relaciones numéricas y la facilidad para manejar conceptos numéricos. Los problemas han sido formulados en el tipo de ítem que habitualmente se denomina cómputo aritmético, más bien que en el denominado por lo general Razonamiento aritmético.

La prueba de razonamiento abstracto busca proponer situaciones para que el estudiante infiera reglas y/o patrones de secuencialidad se pretende determinar la capacidad del estudiante para encontrar soluciones que requieren de modelos lógicos a seguir. Ayudando a determinar procesos de abstracción de situaciones y generalizaciones de las mismas en los estudiantes. Tiene por fin la medición no verbal de la capacidad de razonamiento. La serie presentada en cada problema exige al estudiante comprender el criterio que actúa en los cambiantes diagramas. En cada caso, el estudiante debe descubrir qué principio o criterios rigen la transformación de la figura y demostrar esa comprensión designando el diagrama que lógicamente, debe seguir. Las diferencias son patentes el ejercicio intelectual consiste en discernir por que las figuras difieren.

La prueba de razonamiento espacial busca proponer situaciones a partir de un patrón para determinar un modelo en cada uno de los ejercicios se presenta un modelo o patrón que es el desarrollo en superficie de una figura en tres dimensiones, Se pretende buscar cuál de ellas se ha formado doblando el modelo se busca determinar la capacidad del estudiante para encontrar la construcción de figuras a partir de un modelo. Esta prueba busca determinar procesos de abstracción y la capacidad de

desarrollar métodos deductivos e inductivos. Un rasgo inherente de estos ítems reside en que exigen la manipulación mental de objetos en el espacio tridimensional. La tarea sólo se relaciona en cómo se verían esos objetos si se los armara y se los hiciera girar, mide la capacidad para manejarse con materiales concretos por medio de la visualización.

5.2.3. Fase 3: Diseño de una ficha de observación. En la que se estipulan unos criterios que permiten establecer las dificultades que presentan los estudiantes en el desarrollo de ejercicios de productos notables y casos de factorización; de igual forma se diseña e implementa una encuesta con el objetivo de conocer sus apreciaciones sobre sus procesos, la cual se tabula y analiza.

5.2.4. Fase 4: Sistematización y análisis de la información. Para poder hacer una caracterización del estado del desarrollo del pensamiento matemático variacional en los estudiantes de 8º grado.

5.2.5. Fase 5: Propuesta metodológica. Basada en la lúdica para desarrollar el pensamiento matemático variacional.

5.2.6. Fase 6: Análisis de resultados. Se realiza con la encuesta de apreciación sobre la aplicación de la propuesta metodológica para el desarrollo del pensamiento matemático variacional. Esta se aplica a los cuarenta estudiantes del grado octavo con el objetivo de conocer sus apreciaciones frente a la estrategia apoyada con juegos para la enseñanza y aprendizaje de contenidos matemáticos a través de preguntas tipo “Likert”. Donde implícitamente en cada uno de los juegos se orientan a desarrollar el pensamiento variacional.

5.3. POBLACION Y MUESTRA

La población la constituyen la totalidad de estudiantes del grado octavo con 40 estudiantes en edades de 12 a 14 años de edad de la Institución Educativa Rural San

Joaquín de Santa María-Huila. Así la muestra es todo el grado octavo ya que no existe una cantidad representativa para tomar una muestra de la población. Donde se trabajó la propuesta con intervención didáctica para analizar los efectos que produce la lúdica en la enseñanza de contenidos matemáticos.

5.4. UNIDAD DE ANÁLISIS

La investigación se basa en el análisis de la siguiente categoría: Pensamiento numérico Variacional.

5.5. TECNICAS O INSTRUMENTOS PARA RECOLECCION DE INFORMACION

La recolección de la información se realizó a través de instrumentos como son el análisis documental, la aplicación de pruebas y encuestas, charlas informales, la observación directa, fichas de observación en el contexto que se desarrolla el problema de investigación.

5.5.1. Análisis Documental. El análisis documental tal como lo plantea Quintana (2006) se desarrolló en cuatro acciones:

- Se realizó un rastreo e inventario de los documentos existentes y disponibles en la institución educativa que le sirvieran a la investigación. Se clasificaron los documentos identificados.
- Se seleccionaron los documentos más pertinentes para los propósitos de la investigación.
- Se leyeron en profundidad el contenido de los documentos seleccionados, para extraer elementos de análisis y consignarlos en el proyecto de investigación. Allí se registraron los patrones, tendencias, convergencias y contradicciones que fueron descubriendo.

Según Páramo (2008), la revisión documental “es una técnica que permite rastrear, ubicar, inventariar, seleccionar y consultar fuentes y documentos que se utilizan como

materia prima en una investigación" (p.48). Consiste en reunir, seleccionar y analizar datos que están en forma de documentos producidos por la sociedad para estudiar un fenómeno determinado. También se conoce como investigación basada en fuentes secundarias.

La importancia del análisis documental sirve para la construcción del marco referencial y permite conocer aspectos históricos, contextuales (demográficos, situacionales, etc.), normativos, organizacionales, institucionales, de opinión pública, entre otros, que se relacionan con el tema de la investigación.

5.5.2. Observación Directa. El proceso de recolección de datos se inició con la observación directa que permitió registrar datos o comportamientos en su contexto, lo cual se hizo a través de una ficha de observación, con el objetivo de caracterizar el tipo de dificultades que presentan los estudiantes en el desarrollo de ejercicios de productos notables, ecuaciones lineales, casos de factorización, etc. (Ver Anexo A).

5.5.3. Encuesta de apreciación al área de matemáticas. Se aplica a los treinta estudiantes del grado octavo con el objetivo de conocer sus apreciaciones sobre sus procesos de acercamiento al área de matemáticas (Ver Anexo B).

5.5.4. Encuesta de actitud. Relacionada con las opiniones de los estudiantes frente a la enseñanza de las matemáticas apoyado con juegos didácticos. Se aplica a los treinta estudiantes del grado octavo con el objetivo de conocer sus apreciaciones frente a la estrategia apoyada con juegos para la enseñanza de las matemáticas de acuerdo a su nivel de satisfacción en cada una de las preguntas tipo Likert (Ver Anexo C).

5.5.5. Pruebas. Estas permitirán caracterizar el estado del pensamiento matemático variacional en los estudiantes del grado octavo las cuales arrojaran un resultado que sustente la problemática encontrada. (Ver Anexo D).

5.6 PLAN DE ANALISIS

El análisis de la información se realizó a través de la triangulación de la información obtenida a partir de los diferentes instrumentos aplicados. Como primer proceso se sistematizó la información y luego se hizo el respectivo análisis teniendo en cuenta los referentes teóricos y la categoría establecida.

6. ANALISIS DE RESULTADOS

6.1 DIAGNÓSTICO PRUEBA DE RAZONAMIENTO (PRUEBA 1)

6.1.1. Razonamiento numérico. Los resultados alcanzados respecto al razonamiento numérico se encuentran consignados en las siguientes tablas (Ver tabla 1):

Tabla 1. Resultados prueba razonamiento numérico.

PREGUNTAS	Correctas			
	SI	NO	SI %	NO %
1	33	7	83%	17%
2	39	1	98%	2%
3	33	7	83%	17%
4	1	39	2%	98%
5	31	9	77%	23%
6	14	26	35%	65%
7	32	8	80%	20%
8	11	29	27%	73%
9	20	20	50%	50%
10	15	25	37%	63%

Fuente: Autor.

De acuerdo a la información suministrada en la tabla se puede observar que los estudiantes que respondieron correctamente fueron del 58%, sin embargo se hace un análisis cualitativo de cada pregunta de esta prueba dado que cada una de ella apunta a un concepto o algoritmo particular abordados en los procedimientos numéricos, en general el resultado de la prueba no es bueno los estudiantes muestran mucha heterogeneidad entre sus conceptos previos y el desarrollo de algoritmos que se asumen básicos para abordar procesos más complejos no es claro, por lo que las bases fundamentales de conocimientos anteriores no están bien fundamentados y no existe una apropiación estructurada de los mismos. El 42% no realizan este tipo procedimientos, este aspecto puede ser una dificultad al momento de que el estudiante requiera la apropiación de conocimientos nuevos o más complejos.

El análisis cualitativo de cada una de las preguntas de la prueba número uno Razonamiento Numérico indica que:

• El 83% de los estudiantes responden correctamente la pregunta uno, para quienes el algoritmo de la adición resulta un procedimiento bien ejecutado, el otro 17% no tuvieron éxito implicando una aplicación incorrecta del algoritmo de la adición.

• El 98% de los estudiantes responden correctamente la pregunta número dos, para quienes el algoritmo de la sustracción resulta un procedimiento cabalmente bien ejecutado, el 2% no tuvieron éxito lo que implica un aplicación incorrecta del algoritmo de la sustracción.

• El 83% de los estudiantes responden correctamente la pregunta número tres, para quienes el algoritmo de la multiplicación resulta un procedimiento cabalmente bien ejecutado, el 17% no tuvieron éxito lo que implica un aplicación incorrecta del algoritmo de la multiplicación.

• El 3% de los estudiantes responden correctamente la pregunta número cuatro, para quienes el algoritmo de la división de fracciones resulta un procedimiento cabalmente bien ejecutado, el 97% los estudiantes no tuvieron éxito lo que implica un aplicación incorrecta del algoritmo de la división de fracciones.

• El 77% de los estudiantes responden correctamente la pregunta número cinco, para quienes el algoritmo de la multiplicación de fracciones resulta un procedimiento cabalmente bien ejecutado, el 23% los estudiantes no tuvieron éxito lo que implica un aplicación incorrecta del algoritmo de la multiplicación de fracciones.

• El 35% de los estudiantes responden correctamente la pregunta seis, para quienes la situación propuesta de él algoritmo de la multiplicación, cociente y simplificación de una expresión aritmética resulta un procedimiento cabalmente bien ejecutado, el 65% los

estudiantes no tuvieron éxito lo que implica un aplicación incorrecta del algoritmo de la multiplicación, cociente y simplificación de una expresión aritmética

• El 80% de los estudiantes responden correctamente la pregunta número siete, para quienes la operación de la radicación resulta un procedimiento cabalmente bien ejecutado, el 20% de los estudiantes no tuvieron éxito lo que implica un aplicación incorrecta de la operación de la radicación.

• El 27% de los estudiantes responden correctamente la pregunta ocho, para quienes resolver problemas que involucren relación de magnitudes, concepto de porcentaje resulta un procedimiento cabalmente bien ejecutado, el 73% de los estudiantes no tuvieron éxito lo que implica que la resolución de problemas que involucren relación de magnitudes, concepto de porcentaje no son claros para ellos.

• El 50% de los estudiantes responden correctamente la pregunta número nueve, para quienes resolver problemas que involucren relación de magnitudes, concepto de porcentaje resulta un procedimiento cabalmente bien ejecutado, el 50% de los estudiantes no tuvieron éxito lo que implica que la resolución de problemas que involucren relación de magnitudes, concepto de porcentaje no son claros para ellos.

• El 37% de los estudiantes responden correctamente la pregunta diez, para quienes resolver problemas que involucren relación de magnitudes, concepto de porcentaje en situaciones problema resulta un procedimiento cabalmente bien ejecutado, el 63% no tuvieron éxito lo que implica que la resolución de situaciones problema que involucren relación de magnitudes, concepto de porcentaje no son claros para ellos.

6.1.2. Razonamiento abstracto. Los resultados alcanzados respecto al razonamiento abstracto se encuentran consignados en las siguientes tablas (Ver tabla 2):

Tabla 2. Resultados prueba razonamiento abstracto.

PREGUNTAS	Correctas			
	SI	NO	SI %	NO %
1	37	3	93%	7%
2	22	18	55%	45%
3	40	0	100%	0%
4	28	12	70%	30%
5	33	7	82%	18%
6	37	3	92%	8%
7	26	14	65%	35%
8	35	5	88%	12%
9	32	8	80%	20%
10	31	9	77%	23%

Fuente: Autor.

De acuerdo a la información suministrada en la tabla se puede observar que los estudiantes que respondieron correctamente fueron del 80%, los resultados de la prueba son excelente la mayoría de estudiantes infiere reglas y/o patrones de secuencialidad, se determina buena capacidad por parte del estudiante para seguir modelos lógicos y los procesos de abstracción y generalización en ellos son buenos. Sin embargo el 20% de los estudiantes no realizan este tipo procedimientos para quienes algunos procesos mucho más complejos pueden resultar difíciles de llevar a cabo.

6.1.3. Razonamiento espacial. Los resultados alcanzados respecto al razonamiento espacial se encuentran consignados en las siguientes tablas (Ver tabla 3):

Tabla 3. Resultados prueba razonamiento espacial.

PREGUNTAS	Correctas			
	SI	NO	SI %	NO %
1	30	10	75%	15%
2	23	17	57%	43%
3	24	16	60%	40%
4	28	12	70%	30%

5	34	6	85%	15%
6	30	10	75%	25%
7	15	25	37%	63%
8	32	8	80%	20%
9	24	16	60%	40%
10	31	9	78%	22%

Fuente: autor.

De acuerdo a la información suministrada en la tabla se puede observar que los estudiantes que respondieron correctamente fueron del 68%, los resultados de la prueba son buenos en gran parte los alumnos determinan modelos de figuras a partir de un patrón dado, infiere algunos modelos desarrollando alguna superficie en tres dimensiones, se observa una buena capacidad de abstracción y generalización de acuerdo a la modelo o patrón propuesto, se desarrollan los procesos de deducción e inducción de hecho se formulan procesos de este tipo y se evidencian alcances significativos en este aspecto por parte del estudiante. Sin embargo el 32% de los estudiantes no realizan este tipo procedimientos para quienes algunos procesos mucho más complejos pueden resultar difíciles de llevar a cabo.

6.2. DIAGNÓSTICO PRUEBA DE ALGEBRA (PRUEBA 2)

La prueba de algebra consiste en cuatro categorías: propiedades, lenguaje algebraico, operaciones, resolución de problemas, cada una de ellas tiene un propósito, en la categoría de propiedades tiene como fin indicar la apropiación conceptual del estudiante frente a los procesos aritmético, pero esta vez en un ambiente algebraico su capacidad de análisis algebraico y la formulación de tesis frente a algunas premisas.

La categoría de lenguaje algebraico tiene como fin que el estudiante determinar la capacidad de comprender el lenguaje algebraico como consecuencia de un lenguaje natural, se busca que el alumno asuma el carácter del algebra para la representación de situaciones.

La categoría de operaciones tiene como fin indagar por la parte procedimental del algoritmo implementada por el estudiante en aspectos algebraicos, en ella se trabajan temáticas como reducción de términos semejantes y las operaciones de suma, resta, multiplicación y división de polinomios, para la prueba es importante el modelo y construcción utilizada para llegar a La respuesta propuesta, se busca abordar todo lo pertinente a relacionado con expresiones algebraicas.

La categoría de resolución de problemas tiene como fin determinar la capacidad del estudiante para resolver problemas que involucran aspectos algebraicos, en ella se busca que el alumno exprese situaciones modeladas a través del algebra.

6.2.1. Resultados Prueba de Algebra categoría propiedades. Los resultados alcanzados se encuentran consignados a continuación (Ver tabla 4):

Tabla 4. Resultados prueba de algebra categoría propiedades.

CATEGORIA PROPIEDADES			
Tipos de respuesta	DESCRIPCION	Número de estudiantes	Porcentaje
Tipo 1	Estudiantes que parcialmente reconoce alguna propiedad y las conceptualiza pero desconoce propiedades en la multiplicación.	3	7.5%
Tipo 2	Estudiantes que no determina ni fundamenta el valor de ninguna premisa.	3	7.5%
Tipo 3	Estudiantes que parcialmente reconoce algunas propiedades pero no las conceptualiza, pero desconoce propiedades en la multiplicación.	5	12.5%
Tipo 4	Estudiantes que enuncia algunas propiedades pero no existe apropiación conceptual de ellas.	1	2.5%
Tipo 5	Estudiantes que no reconoce ni aplica ninguna propiedad, ni existe apropiación conceptual.	4	10.0%
Tipo 6	Estudiantes que presentan conceptualización parcial, pero no enuncia ninguna propiedad.	13	32.5%
Tipo 7	Estudiantes que determina el valor de la verdad de algunas premisas, pero no las argumenta.	10	25.0%
Tipo 8	Estudiantes que determina el valor de alguna premisa y argumenta algunas de ellas.	1	2.5%
	TOTAL DE ESTUDIANTES	40	100%

Fuente: Autor.

Según la tipificación de los resultados en la prueba de algebra en la categoría de operaciones se observa que el 92% de los estudiantes presenta algún tipo de conocimiento respectó a las propiedades utilizadas en ambientes algebraicos; sin embargo para algunos nos es fácil argumentarlas y/o reconocerlas por lo que la conceptualización de dichas propiedades se evidencia con poca estructura cognitiva por parte de los estudiantes, lo que implica en algunos casos desconocimientos de algunos procesos y procedimientos algorítmicos efectuados sin fundamento ni criterio alguno.

6.2.2. Resultados Prueba de Algebra categoría lenguaje algebraico. Los resultados alcanzados se encuentran consignados a continuación (Ver tabla 5):

Tabla 5. Resultados prueba de algebra categoría lenguaje algebraico.

CATEGORIA LENGUAJE ALGEBRAICO			
Tipos de respuesta	DESCRIPCION	Número de estudiantes	Porcentaje
Tipo 1	No traduce lenguaje natural a lenguaje algebraico.	4	10.0%
Tipo 2	Tiene manejo parcial del lenguaje algebraico.	28	70.0%
Tipo 3	Domina perfectamente el lenguaje algebraico.	5	12.5%
Tipo 4	Domina el lenguaje algebraico, pero presenta dificultad con los signos y/o términos.	3	7.5%
	TOTAL DE ESTUDIANTES	40	100%

Fuente: Autor.

Según la tipificación de los resultados en la prueba de algebra en la categoría de lenguaje algebraico se observa que el 83% de los estudiantes presentan un manejo del lenguaje algebraico, para quienes la capacidad de modelar un lenguaje natural a un lenguaje algebraico es un proceso que llevan a cabo. En general para los estudiantes la interpretación de expresiones algebraicas no resulta un proceso complicado de hecho el manejo con esta categoría es satisfactorio lo que implica una apropiación de la escritura de la letra como representación o lenguaje matemático en el área y la posibilidad de expresar situaciones o proponer expresiones mediante el álgebra.

6.2.3. Resultados Prueba de Algebra categoría operaciones. Los resultados alcanzados se encuentran consignados a continuación (Ver tabla 6):

Tabla 6. Resultados prueba de algebra categoría operaciones.

CATEGORIA OPERACIONES			
Tipos de respuesta	DESCRIPCION	Número de estudiantes	Porcentaje
Tipo 1	No desarrollan operaciones algebraicas.	24	60.0%
Tipo 2	Desarrollan parcialmente algoritmos algebraicos pero no culmina el proceso.	14	35.0%
Tipo 3	Desarrollan procesos algebraicos y culmina el proceso.	2	5.0%
	TOTAL DE ESTUDIANTES	40	100%

Fuente: Autor.

Según la tipificación de los resultados en la prueba de algebra en la categoría de operaciones en general los estudiantes desarrolla procedimientos algebraicos, se observa un desarrollo algorítmico por parte de ellos, sin embargo es inquietante que el 35% de los estudiantes asuman un desarrollo parcial del algoritmo y por lo tanto no culminen el procesos del mismo, lo que podría indicar que a pesar de tener nociones de dichos procesos no se apropian de el al punto de no culminar con la actividad propuesta.

6.2.4. Resultados Prueba de Algebra categoría resolución de problemas. Los resultados alcanzados son consignados a continuación (Ver tabla 7):

Tabla 7. Resultados prueba de algebra categoría resolución de problemas.

CATEGORIA RESOLUCION DE PROBLEMAS			
Tipos de respuesta	DESCRIPCION	Número de estudiantes	Porcentaje
Tipo 1	No desarrollan situaciones problémicas.	31	77.5%
Tipo 2	Resuelven alguna situación problema pero no indica el modelo construido.	5	12.5%
Tipo 3	Realizan modelación a partir de un modelo adecuando la situación necesaria para él.	4	10.0%
	TOTAL DE ESTUDIANTES	40	100%

Fuente: Autor.

Según la tipificación de los resultados en la prueba de algebra en la categoría de resolución de problemas los estudiantes no presentan modelación matemática alguna, las actividades propuestas en esta categoría estaban dirigidas a concepción de esquemas y/o modelos propuestos por los estudiantes para resolver una situación problemica y los resultados de la prueba indican que esto no se llevó a cabo. Por lo tanto el criterio de generalización de las actividades propuestas no se alcanzó dado que estas indicaban necesariamente proponer un modelo a seguir y el análisis de la prueba fue evidente la no elaboración de las mismas mediante este criterio.

6.3. ANÁLISIS OBSERVACIÓN DIRECTA

La observación directa como primera fuente de recolección de información permitió ver y registrar los hechos personalmente, sin ninguna clase de intermediación, donde el investigador se hace presente con el propósito de obtener información con instrumentos que registran aspectos visuales y auditivos. Las charlas informales fueron de gran ayuda para obtener la información sobre el problema de estudio de manera espontánea y constante y así poder profundizar y analizar los conocimientos de mi investigación. De igual forma se aplicó durante el quehacer pedagógico en varias sesiones de matemáticas la ficha de observación a los cuarenta estudiantes, obteniendo los siguientes resultados (Ver tabla 8):

Tabla 8. Resultados Observación Directa.

CRITERIOS DE EVALUACIÓN	Si	%	No	%	A.v.	%
1. Muestra interés por los temas desarrollados en el área de matemáticas	7	17	30	75	3	8
2. Realiza preguntas para clarificar conceptos	7	17	33	83	-	-
3. Participa activamente de los ejercicios planteados en clase	5	13	29	72	6	15
4. Establece y propone diferentes pasos para dar resolución a los ejercicios planteados	-	-	40	100	-	-

5. Determina la diferencia entre un monomio, binomio, trinomio y polinomio	25	62	15	38	-	-
6. Identifica cada uno de los casos de productos notables, factorización y sus propiedades	2	5	38	95	-	-
7. Realiza el producto de dos o más expresiones algebraicas haciendo uso de los productos notables	2	5	38	95	-	-
8. Aplica las instrucciones dadas por el docente en la realización de los ejercicios	30	75	7	17	3	8

Fuente: Autor.

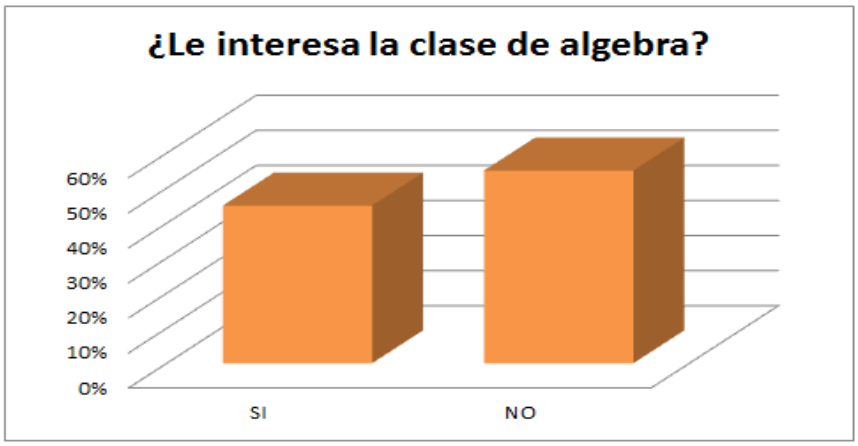
De acuerdo a los datos registrados en la tabla anterior, se establece que el 17% de los estudiantes muestran interés por los temas desarrollados en clase, los mismos que realizan preguntas para clarificar sus dudas sobre los conceptos vistos, mientras que el 75% presentan desinterés e indisciplina durante la clase y por lo tanto no participan, no preguntan ni realizan los ejercicios propuestos; 3 de ellos que equivale al 8% en algunas oportunidades y cuanto el tema es de su interés muestran cierto grado de atención.

De igual forma se observó que solamente el 13% participan activamente en la realización de los ejercicios propuestos; el 72% por el contrario no se interesa por participar en clase y el 15% lo hace dependiendo de la facilidad del ejercicio propuesto. También se pudo determinar que ninguno de los cuarenta estudiantes establece y propone diferentes pasos para dar resolución a los ejercicios planteados, ya que se limitan únicamente a seguir las instrucciones dadas por su docente. El 62% establece la diferencia entre un monomio, binomio, trinomio y polinomio, debido a los preconceptos de los términos que se están trabajando y el 38% no lo hacen y se puede inferir que es por la falta de atención en clase. El 95% no diferencian o identifican ejercicios de productos notables y casos de factorización, es decir que desconocen las propiedades y pasos que cada caso de factorización establece. Solamente el 5% de ellos lo hicieron durante los ejercicios planteados en clase.

Únicamente dos de los cuarenta estudiantes que equivalen al 5% realizan ejercicios con dos o más expresiones algebraicas haciendo uso de los productos notables, mientras que el 95% no mostró destreza para dar solución de los problemas planteados. El 75% sigue las instrucciones dadas por el docente en la realización de los ejercicios, es decir que no proponen ni argumentan diferentes pasos para dar solución a los ejercicios propuestos, pero aunque siguen las instrucciones no las aplican en forma correcta. El 17% de ellos no las aplica porque no muestran interés por los temas desarrollados y el 8% de los estudiantes a veces siguen las instrucciones dependiendo del tema visto.

6.4. ANÁLISIS ENCUESTA DE APRECIACIÓN AL ÁREA DE MATEMÁTICAS

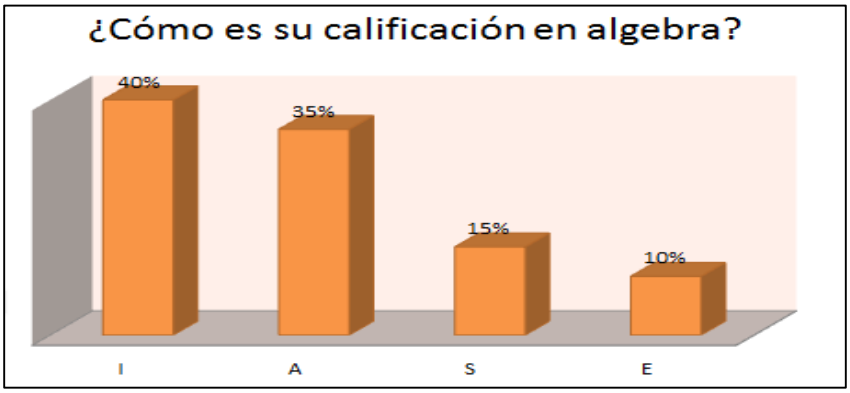
Figura 2. Resultado de la pregunta 1.



Fuente: autor.

Al 45% de los cuarenta alumnos si les gusta la clase de álgebra y al 55% por el contrario no les gusta, estas respuestas están en concordancia con lo establecido en el planteamiento del problema, en donde se aduce que la mayoría de los alumnos de la institución siente apatía por estos procesos.

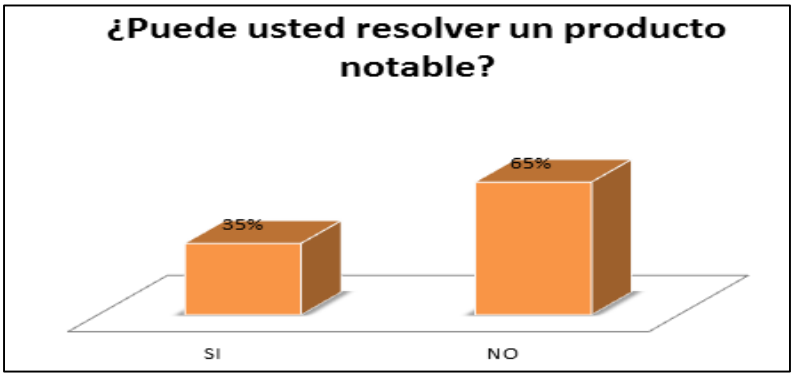
Figura 3. Resultado de la pregunta 2.



Fuente: Autor.

16 de los cuarenta alumnos que equivalen al 40% obtienen una calificación Insuficiente, el 35% Aceptable, el 15% Suficiente y solamente 4 de ellos que corresponde al 10% obtienen Excelente. Estas respuestas también ratifican la problemática que dio origen al presente proyecto.

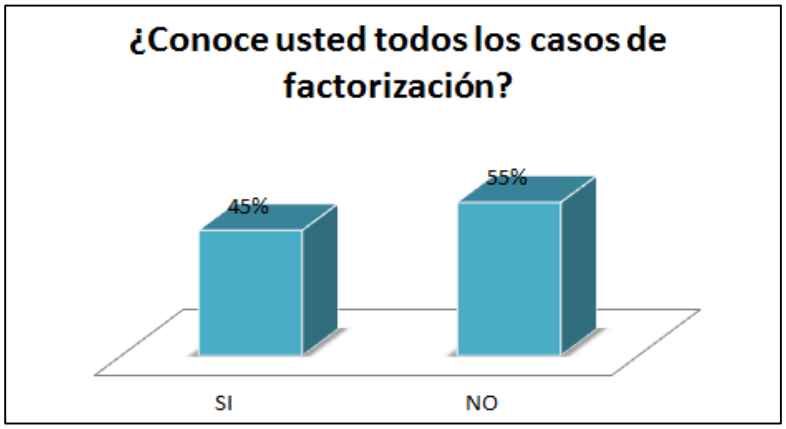
Figura 4. Resultado de la pregunta 3.



Fuente: Autor.

26 de los cuarenta estudiantes es decir el 65% respondió que no pueden resolver un producto notable, el 35% contestó afirmativamente. Esta respuesta al igual que los anteriores sigue mostrando la problemática observada.

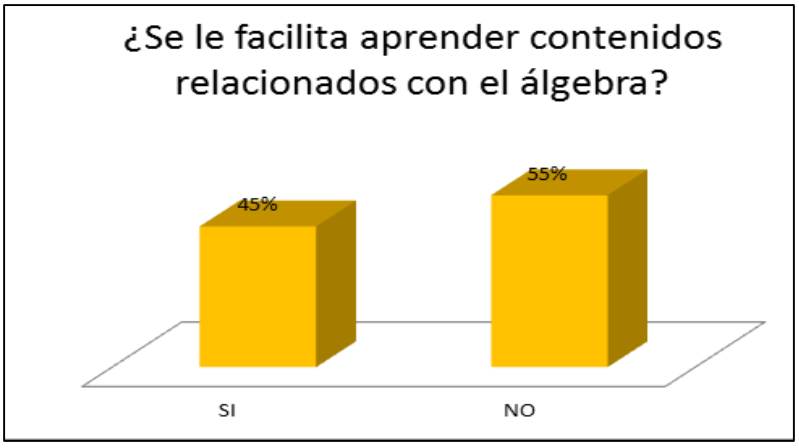
Figura 5. Resultado de la pregunta 4.



Fuente: Autor.

El 45% respondió afirmativamente y el 55% que no conocen todos los casos de factorización, aunque 18 de ellos respondieron que sí, al comparar las pruebas que se hacen bimestralmente los resultados obtenidos demuestran lo contrario.

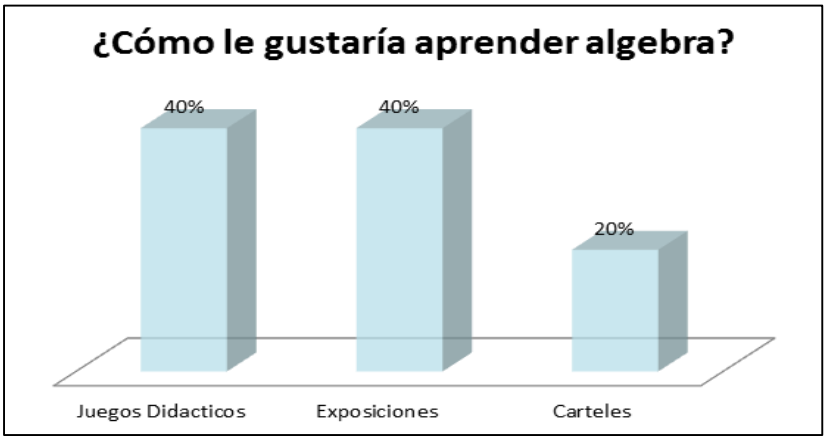
Figura 6. Resultado de la pregunta 5.



Fuente: Autor.

El 55% expresó que no y el 45% que sí, esta respuesta al igual que la anterior no demuestra la realidad que se observa durante el quehacer pedagógico.

Figura 7. Resultado de la pregunta 6.



Fuente: Autor.

A 16 de los alumnos les gustaría aprender productos notables a través de juegos didácticos, a otros 16, es decir el 40% a través de exposiciones y al 20% a través de carteles. Es por esto que se deben recurrir a diferentes estrategias para que su aprendizaje sea más significativo y logren superar las dificultades.

6.5. ANALISIS ENCUESTA HACIA LAS MATEMÁTICAS APOYADO CON LA PROPUESTA METODOLOGICA

Figura 8. Actitud Hacia las Matemáticas con la Intervención Didáctica.

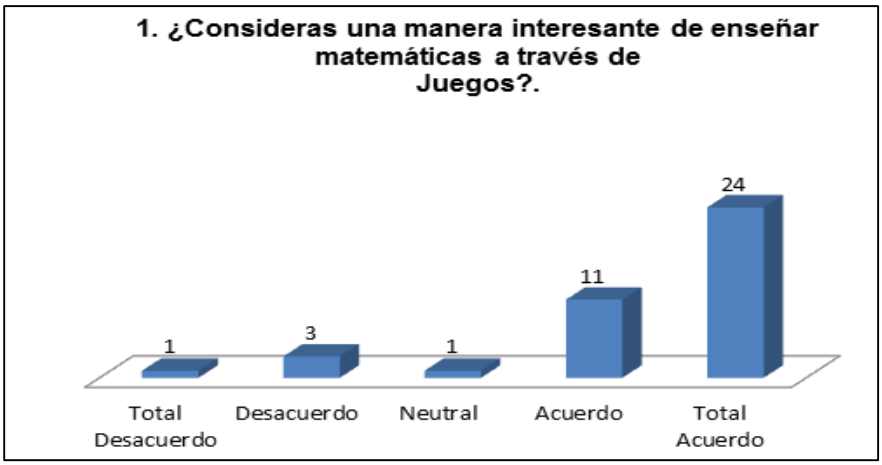
INTERVENCION DIDACTICA	Rta. # 1	Rta. # 2	Rta. # 3	Rta. # 4	Rta. # 5	TOTAL
1. ¿Consideras una manera interesante de enseñar matemáticas a través de Juegos?	1	3	1	11	24	40
2. ¿Los juegos diseñados para la enseñanza de contenidos matemáticos (como Factorización, ecuaciones lineales, M.C.D.) fue interesante?	0	1	1	20	18	40
3. ¿Enseñar matemáticas de una manera lúdica (juegos) la convertiría en un área fácil de aprender?	4	1	8	15	12	40
4. ¿Los juegos construidos en clase ayudaran a comprender algunos contenidos de matemáticas?	0	0	4	24	12	40
5. ¿Me divertiría utilizar el juego de una manera didáctica para aprender matemáticas?	0	0	5	18	17	40
6. ¿Los juegos diseñados y construidos para aprender matemáticas generaron en mí, una actitud de no temor frente al área?	3	3	6	19	9	40

7. ¿Construir material didáctico para matemáticas me genera expectativas para poder utilizarlo correctamente?	0	3	6	20	11	40
8. ¿Los juegos me ayudan a trabajar en equipo y poder aprender más con mis compañeros en el área de matemáticas?	0	3	3	19	15	40
9. ¿Se debería enseñar matemáticas de una manera lúdica (juegos) para poder aprender matemáticas de una manera no aburrida?	3	5	4	8	20	40
10. ¿Se deberían buscar estrategias o maneras para que las matemáticas no sean difíciles de aprender?	0	1	5	12	12	40

Rta. #1 : Totalmente en desacuerdo
Rta. # 2 : En desacuerdo
Rta. # 3 : Neutral (No toma posición frente a ninguna opción)
Rta. # 4 : De acuerdo
Rta # 5 : Totalmente de acuerdo

Fuente: Autor.

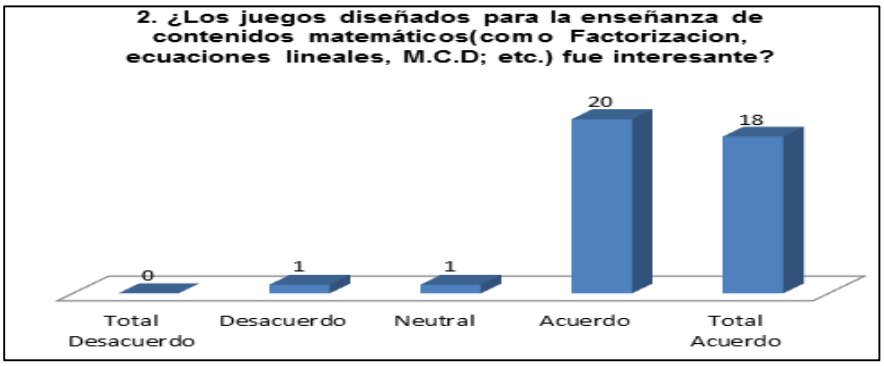
Figura 9. Resultado de la pregunta 1.



Fuente: Autor.

Según la gráfica podemos observar que la mayoría de los estudiantes están totalmente de acuerdo que es interesante enseñar matemáticas a través de los juegos. Esto se puede inferir después de que los estudiantes construyeran el material didáctico.

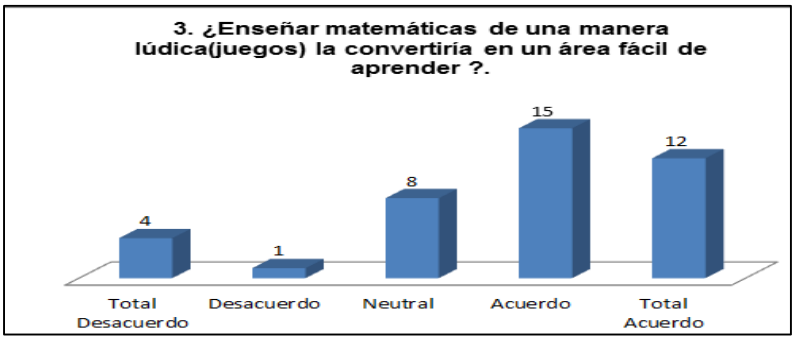
Figura 10. Resultado de la pregunta 2.



Fuente: Autor.

Según la gráfica podemos observar que la totalidad de los estudiantes están totalmente de acuerdo que los juegos diseñados y construidos para la enseñanza de contenidos matemáticos son interesantes. Esto se puede inferir después de la intervención didáctica de una manera lúdica.

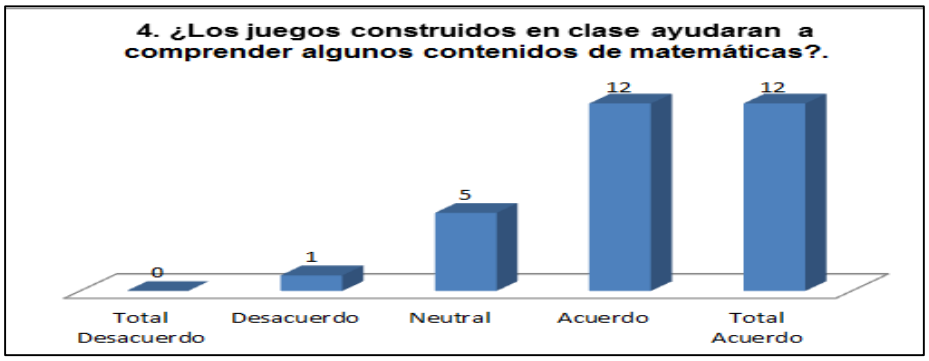
Figura 11. Resultado de la pregunta 3.



Fuente: Autor.

Según la gráfica podemos observar que la mayoría de los estudiantes están de acuerdo que es interesante enseñar matemáticas de una manera lúdica la convertiría en un área fácil de aprender y una minoría está en desacuerdo. Esto se puede inferir después de la intervención didáctica de una manera lúdica.

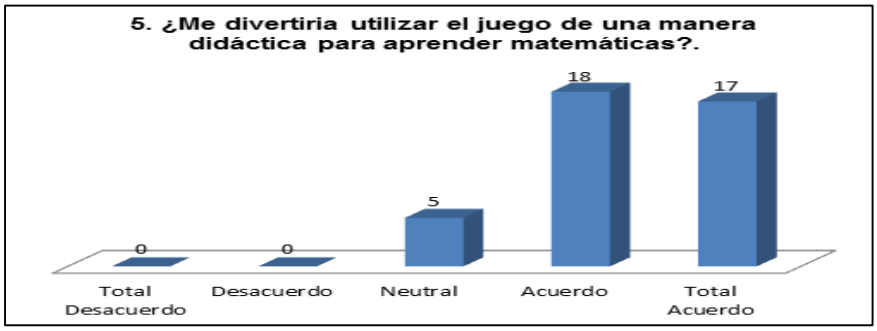
Figura 12. Resultado de la pregunta 4.



Fuente: Autor.

Según la gráfica podemos observar que la gran mayoría de los estudiantes están de acuerdo que los juegos diseñados y construidos en clases ayudaran a comprender algunos contenidos matemáticos y una minoría no está en las categorías de acuerdo y desacuerdo. Esto se puede inferir después de la intervención didáctica de una manera lúdica.

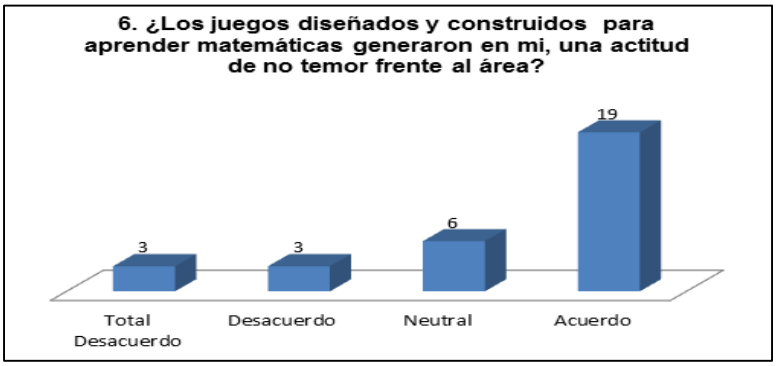
Figura 13. Resultado de la pregunta 5.



Fuente: Autor.

Según la gráfica podemos observar que la gran mayoría de los estudiantes están de acuerdo que les divierte utilizar el juego de una manera didáctica para aprender matemáticas y una minoría no está en las categorías de acuerdo y desacuerdo. Esto se puede inferir después de la intervención didáctica de una manera lúdica.

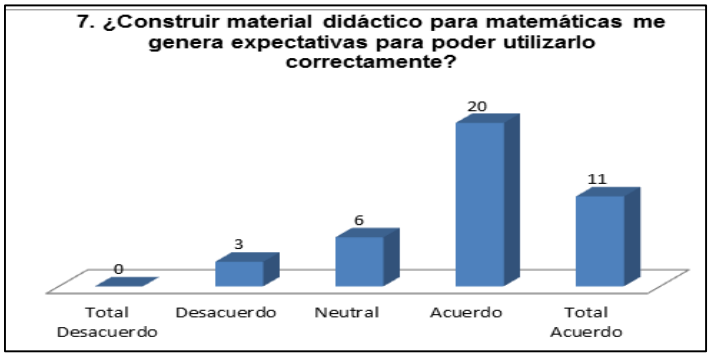
Figura 14. Resultado de la pregunta 6.



Fuente: Autor.

Según la gráfica podemos observar que la gran mayoría de los estudiantes están de acuerdo que los juegos diseñados y construidos para aprender matemáticas generaron en ellos una actitud de no temor frente al área y una minoría está en desacuerdo. Esto se puede inferir después de la intervención didáctica de una manera lúdica.

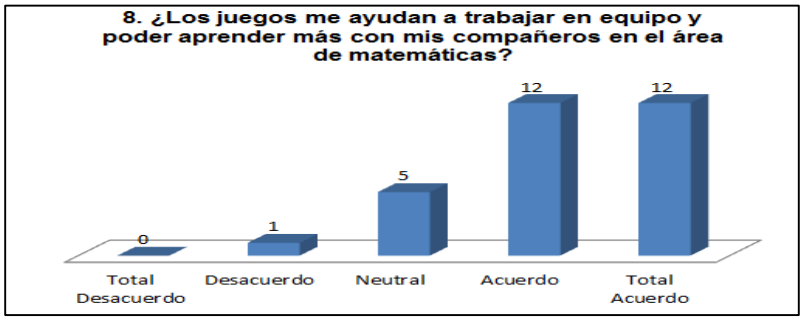
Figura 15. Resultado de la pregunta 7.



Fuente: Autor.

Según la gráfica podemos observar que la gran mayoría de los estudiantes están de acuerdo que construir material didáctico para matemáticas genera expectativas para poder utilizarlo correctamente y una minoría está en desacuerdo. Esto se puede inferir después de la intervención didáctica de una manera lúdica.

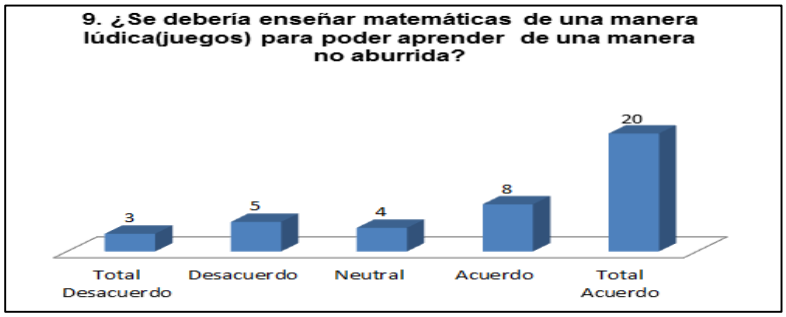
Figura 16. Resultado de la pregunta 8.



Fuente: Autor.

Según la gráfica podemos observar que la gran mayoría de los estudiantes están de acuerdo que los juegos ayudan a trabajar en equipo y poder aprender más con sus compañeros en el área de matemáticas y una minoría no está en las categorías de acuerdo y desacuerdo. Esto se puede inferir después de la intervención didáctica de una manera lúdica.

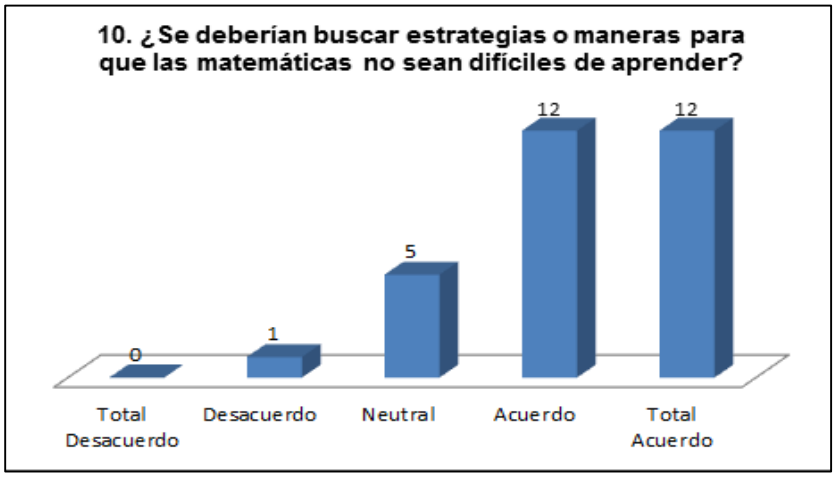
Figura 17. Resultado de la pregunta 9.



Fuente: Autor.

Según la gráfica podemos observar que la gran mayoría de los estudiantes están de acuerdo que se debería enseñar matemática de una manera lúdica para poder aprender matemáticas de una manera no aburrida y una minoría no está en las categorías de acuerdo y desacuerdo. Esto se puede inferir después de la intervención didáctica de una manera lúdica.

Figura 18. Resultado de la pregunta 10.



Fuente: Autor.

Según la gráfica podemos observar que la gran mayoría de los estudiantes están de acuerdo que se debe buscar estrategias para que las matemáticas no sean difíciles de aprender y una minoría no está en las categorías de acuerdo y desacuerdo. Esto se puede inferir después de la intervención didáctica de una manera lúdica.

7. DISEÑO DE LA PROPUESTA METODOLOGICA: “JUEGOS ALGEBRAICOS PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO MATEMATICO VARIACIONAL”

7.1 FUNDAMENTACIÓN DE LA PROPUESTA

El presente trabajo investigativo pretende alcanzar como objetivo general, el diseño de una propuesta que desarrolle el proceso de pensamiento matemático variacional a través de los contenidos algebraicos destinados para este grado según los estándares curriculares como se mencionaron anteriormente del estudiante de octavo de la Institución Educativa San Joaquín de Santa María-Huila bajo un contexto lúdico, específicamente a través de una serie de juegos que implícitamente contienen esta temática algebraica, donde se observaron deficiencias por registros periódicos evaluativos y además en su nivel de pensamiento variacional como lo evidencia los resultados anteriores.

Se pudo establecer que los estudiantes del grado Octavo de la Institución Educativa San Joaquín del municipio de Santa María-Huila, presentan dificultades en la realización de ejercicios matemáticos relacionados con los productos notables y descomposición factorial, además se les dificultad aprender estos temas debido posiblemente a la metodología utilizada desde el inicio de su escolaridad en esta área. Se decide diseñar unos juegos bajo un contexto lúdico que permitan afianzar el aprendizaje de ciertos contenidos algebraicos para el grado octavo como factorización, productos notables, ecuaciones lineales, M.C.D. y m.c.m. de expresiones algebraicas, etc.; de manera didáctica.

Se elaboró con el fin de que el estudiante aprenda las matemáticas de una manera distinta a la tradicional, que hemos venido siendo educados al ver tanto al docente como los textos, ya nos predisponemos a tener una actitud de no comprender ni aprender matemáticas.

La serie de juegos que se diseñó y construidos por ellos fue elaborada para que el estudiante observe y aprenda que los productos notables, casos de factorización y otros contenidos algebraicos son ejercicios fáciles de realizar, cuando se siguen paso a paso las operaciones para su solución

El juego hace parte fundamental del desarrollo de la infancia porque a través de él se incorporan muchas características y condiciones que le permiten al adolescente establecer vínculos, construir relaciones, crear códigos propios, hacer interpretaciones de situaciones, valores y conceptos, etc. El juego ha sido abordado a lo largo de la historia, por muchos teóricos desde distintas perspectivas del conocimiento debido a su poder transformador, a su flexibilidad y potencialidad como lenguaje humano universal.

Se lo ha definido desde diferentes ciencias como la psicología, la antropología, la sociología, las ciencias de la educación y también desde áreas como el arte, la salud, el medio ambiente y otros. Por ejemplo se ha definido al Juego como un modo creativo de comunicación, un modo de conocer el mundo, un medio para desarrollar las potencialidades del ser humano. Como el juego es todo eso, se podría definir en un concepto integrador porque es parte de la vida. Con base en la problemática anteriormente expuesta y fundamentada teóricamente, se tiene como propuesta la elaboración de juegos algebraicos con base en la pedagogía lúdica que conceptualizaran diversas temáticas del área.

Los juegos tienen un carácter fundamental de pasatiempo y diversión. Para eso se han hecho y ese es el cometido básico que desempeñan. El elemento de pasatiempo y diversión que el juego tiene esencialmente, debería ser un motivo más para utilizarlo generosamente. Qué bueno es romper la seriedad de muchas de nuestras clases con una sonrisa. Si cada día se ofrece a los alumnos, junto con el rollo cotidiano, un elemento de diversión, incluso aunque no tuviese nada que ver con el contenido de la enseñanza, el conjunto de las clases y de las mismas relaciones personales con los alumnos variarían favorablemente.

Por algunas de las razones, basadas en la estructura del juego y de la matemática, teniendo en cuenta la historia misma de la matemática y de los juegos, uno bien escogido y bien explotado puede ser un elemento auxiliar de gran eficacia para lograr algunos de los objetivos de enseñanza más eficazmente.

El objetivo primordial de la enseñanza no consiste en embutir en la mente del niño un cúmulo de información que, pensamos, le va a ser muy necesaria como ciudadano en nuestra sociedad. El objetivo fundamental consiste en ayudarle a desarrollar su mente y sus potencialidades intelectuales, sensitivas, afectivas, físicas, de modo armonioso. Y para ello un instrumento fundamental debe consistir en el estímulo de su propia acción, colocándole en situaciones que fomenten el ejercicio de aquellas actividades que mejor pueden conducir a la adquisición de las competencias básicas que se pretende formar en cada área del conocimiento.

Por la semejanza de estructura entre el juego y la matemática, es claro que existen muchos tipos de actividad que pueden ejercitarse escogiendo juegos adecuados tan bien o mejor que escogiendo contenidos matemáticos de apariencia más seria, en muchos casos con claras ventajas de tipo psicológico y motivacional para el juego sobre los contenidos propiamente matemáticos.

Generalmente las personas que presentan dificultades para la matemática, se recrean con juegos cuya estructura se puede utilizar en su aprendizaje ya que se diferencian poco. En la actualidad se muestra que la matemática se ha convertido en algo difícil debido a la manera en que se ha enseñado y hay estudiantes que repiten patrones con el paso del tiempo, es decir que se van convenciendo de que a pesar de que se den alternativas diferentes a la educación tradicional, para el aprendizaje de la matemática, siguen sin entenderla.

Es claro que no todos los juegos que se encuentran en los libros de recreaciones matemáticas se prestan igualmente al aprovechamiento didáctico. Algunos contienen ejercicios mentales o de ingenio. Muchos otros se basan en la confusión intencionada

del enunciado. En otros casos la solución de una situación problémica planteada parece no conducir directamente a una teoría matemática o a un esquema de pensamiento que pueda conducir a un método. Con las diversas actividades que se propondrán se verá que, hay juegos que de una manera natural, resultan asequibles a la manipulación de objetos y desarrollo de actividades siguiendo una metodología semejante a la que se lleva a cabo en la resolución sistemática de problemas matemáticos y que encierran enseñanzas.

Lo que sobre todo se debe proporcionar a los estudiantes a través de las matemáticas es la posibilidad de desarrollar hábitos de pensamiento adecuados para la resolución de problemas, matemáticos y no matemáticos. Con problemas adecuados es de donde pueden resultar motivaciones, actitudes, hábitos, ideas para la utilización de herramientas apropiadas, en una palabra, la vida propia de las matemáticas. Muchos de estos elementos pueden adquirirse igualmente en el enfrentamiento con los problemas que constituyen los juegos matemáticos. Cómo elemento final, se entregará una serie de juegos algebraicos identificando para que temáticas se puedan utilizar, las reglas de juego, sus adaptaciones y para qué nivel de edad. Estos juegos se realizan con base al eje del pensamiento variacional que es característico y representativo para procesos algebraicos.

Con este proyecto se logró que el estudiante incentivara su pensamiento, manteniéndose motivado por el desarrollo y creación de juegos matemáticos como el cuadrado mágico, domino algebraico, el TIC algebraico, juegos con tarjetas, etc. Aunque al iniciar no fue tan fácil solucionarlos, fue a través del error que aprendieron y lograron ganar confianza en su propia capacidad de resolver temáticas donde tenían dificultad para mejorar sus procesos de aprendizaje, aspectos que lo mantuvieron como un estudiante más seguro, idóneo y competente. Por esta razón se propone la utilización de la estrategia metodológica: “juegos algebraicos para el desarrollo del pensamiento matemático variacional”, en las cuales se tuvo en cuenta la utilización de material lúdico a través de una serie de juegos y por donde el estudiante podrá desarrollar su pensamiento de forma divertida y dinámica.

Es sabido que, al llegar a cierta etapa del aprendizaje, un gran número de alumnos tienen ya sentimientos contrarios a las Matemáticas. Por eso, una de las ocupaciones fundamentales del profesor es intentar cambiar estas actitudes y hacerlas positivas, y para ello, debe utilizar todos los medios a su alcance. Se trata, pues, de motivar al alumno, utilizando todos los recursos disponibles. Cualquier material estructurado puede ser válido como medio didáctico para aprender conceptos matemáticos y, dentro de los materiales, los juegos aparecen en primer lugar en cuánto a su enorme atractivo para los adolescentes.

Se ha comprobado, en efecto, que un material presentado en forma de juego aprovecha un impulso hacia la diversión de los jóvenes, una tendencia natural muy temprana a formar grupos y a jugar, consiguiendo con él un aprendizaje más eficaz. Los juegos que veremos aquí sirven, fundamentalmente, para aclarar conceptos o mejorar destrezas de álgebra que, de otra forma, los alumnos encontrarían aburridas y repetitivas. Se ha procurado que estos juegos didácticos reúnan las siguientes características:

- ✓ Ser sencillos, adecuados al nivel de los alumnos.
- ✓ Tener una finalidad específica.
- ✓ Ser atractivos y motivadores.
- ✓ Que incorporen, siempre que se pueda, estructuras de juegos ya conocidos.
- ✓ Que haya juegos individuales que faciliten la interiorización de conceptos y juegos colectivos.
- ✓ Ser asequibles, económicamente, dedicando especial atención a los juegos que el profesor y los alumnos sean capaces de construir.
- ✓ Los juegos que presento, los he agrupado en diversos bloques:
- ✓ Juegos de adivinar números.
- ✓ Juegos con tarjetas.
- ✓ Juegos con tableros.
- ✓ Pasatiempos algebraicos.

7.2 OBJETIVOS DE LA PROPUESTA

1. Acercar a los estudiantes del grado octavo a la aplicación de contenidos algebraicos como factorización, productos notables, ecuaciones lineales, M.C.D. y m.c.m de expresiones algebraicas, etc.; en forma vivencial y directa a través de juegos didácticos.

2. Diseñar y construir un material lúdico para el desarrollo del pensamiento variacional en un contexto algebraico en el cual se desarrollan diferentes temático donde los estudiantes tienen deficiencias detectadas en resultados anteriores. (Ver Anexo M).

7.3 DESARROLLO DE LA PROPUESTA

Cada uno de los juegos planteados será aplicado durante el quehacer pedagógico del área de matemáticas, con la participación del docente titular y para que los resultados sean positivos, se realizarán ejercicios previos en el tablero en los cuales se recurrirá a los pre-saberes de los estudiantes y así lograr su participación y apropiación en forma significativa. El diseño de los juegos les motiva a seguir cada una de las instrucciones dadas en la resolución de los ejercicios, de igual forma se les lleva en forma secuencial hacia la apropiación de los conceptos, de una forma lúdica involucrándoles activamente y así lograr su aprendizaje en forma significativa.

Con esta serie de juegos se pretende romper con la metodología tradicionalista en la que han estado inmersos los estudiantes participantes de la investigación, motivándoles a ser partícipes de su propio conocimiento, donde la lúdica es una herramienta didáctica en el diseño de los juegos para poder acercarse a las matemáticas en forma vivencial, agradable, placentera y lograr entender que cada uno de los procesos, les servirán y ayudarán a dar solución a los diferentes problemas a los que se tengan que enfrentar a lo largo de su vida y que en la construcción y el desarrollo de procesos lúdicos en el aprendizaje del algebra es una propuesta clave

para el diseño de esta estrategia distribuida en varios juegos orientados en la enseñanza del algebra de una forma constructiva apoyado bajo la lúdica.

Las siguientes fichas de observación permiten evidenciar la validación de la propuesta donde se generó un cambio en el aprendizaje de estos contenidos que tenían dificultades potenciando su pensamiento variacional para la aplicación correcta de estos juegos.

7.3.1. Ficha de observación 01. A las 10:30 de la mañana en clase de matemáticas con el grado octavo de la Institución Educativa San Joaquín, con el fin de dar inicio a una propuesta metodológica basada en la lúdica para mejorar los casos de factorización. Se empezó por implantar el juego del TIC algebraico donde al principio explicar la aplicación del juego fue difícil porque nunca habían visto un juego así y más de carácter algebraico.

Esto generó confusión al principio pero con una simulación en el tablero fue más cómodo donde los estudiantes querían formar su línea horizontal, vertical o diagonal como una especie de triqui algebraico donde establecían que podía variar en las expresiones llamadas factores y como podían combinarla con otras para poder llegar rápido a la factorización de expresiones algebraicas planteadas en el tablero y se volvió un desafío para los estudiantes en grupos de dos, aprendían los casos de factorización más sencillos como diferencia de cuadrados, trinomio de la forma: $x^2 + bx + c$.

Estos casos eran los que buscaban más en el momento de hacer línea, pero los otros como factor común, trinomio cuadrado perfecto les generaba dificultad en algunas ocasiones. Por ejemplo en el tablero de factores del TIC algebraico algunos tomaban el factor: x- 4 y colocaban una tarjeta en esta y después colocaban otra en x-3 para formar la expresión $x^2 - 7x + 12$. Luego empezaban a tratar de tomar como fija el factor x-4 y buscaban otro factor que operada con esta obtuviera otra expresión que se ubicara cerca de esta o tomaban como fija x-3 y buscaban otro factor que operada con esta resultara otra expresión cerca de esta, si intentaban y no lograban el objetivo,

tomaban otra ficha y buscaban variar los factores para encontrar expresiones cerca a la obtenida.

Conclusión final: Los estudiantes reforzaron casos de factorización de inmediato cálculo y sentido lógico, desarrollando el pensamiento matemático variacional para el aprendizaje de este contenido algebraico llamado factorización. Además algunos procedimientos de factorización los hallaban por procesos de multiplicación algebraica estableciendo que la factorización genera dos factores algebraicos que se pueden multiplicar y generar la expresión algebraica la cual manipulaban y observaban que se podía variar entre estos y generando modelos mentales en la solución de estos. Esto hizo ver que el álgebra es un reto y hay que buscar maneras o caminos para llegar a un resultado generando un aprendizaje significativo a través de la modelación y la covariación de factores algebraicos.

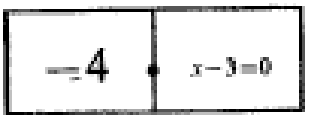
7.3.2. Ficha de observación 02. A las 1:30 de la tarde en clase de matemáticas con el grado octavo de la Institución Educativa San Joaquín, con el fin de dar inicio a una serie de propuestas didácticas para mejorar el cálculo de la solución de ecuaciones lineales de una manera rápida se dio a conocer el juego de domino algebraico donde los estudiantes trataban de conectar las fichas de tal forma que fueran equivalentes a sus soluciones o a otras ecuaciones.

Al principio era difícil porque se le tenía que orientar que una ecuación genera una solución que al reemplazarla en el valor de la variable generaba un resultado. Luego los estudiantes empezaban a ejercitar el cálculo mental a través de sencillas ecuaciones lineales y esto generaba confusión. Al final de conectar todas las fichas el docente generaba discusión al detectar los errores de conexión y pedía ¿él porque del error?

Estos errores generaban puntos negativos al estudiante que participaba. Al final quien obtuviera menos errores era el ganador. Después querían volverlo a intentarlo para retarse entre ellos esto generaba una motivación por superar al otro pero

implícitamente se atrevían a mejorar sus dificultades para tener un aprendizaje en este contenido algebraico llamado ecuaciones lineales. Por ejemplo al tomar la siguiente ficha (Ver figura 19):

Figura 19. Ejemplo ficha dominó algebraico.



Fuente: Autor.

Los estudiantes trataban de buscar o conectar otra ficha que conectara con el (-4) y se olvidaban de la otra parte de la ficha pero cuando no tenían el valor preguntaban cómo podían buscar otra que conectara con el otro lado de la ficha la cual era x-3 = 0. Esto se debe a que el estudiante su transición de la aritmética al algebra se queda en lo numérico más no en la generalización:

> Camilo: ¿Profesor con que conecto el lado de mi ficha x-3 = 0?
> Profesor: busque un valor, un número que al sustituirlo en la variable x satisfaga la ecuación lineal.

Al principio era difícil ya que no podían interpretar que valor se podía colocar, algunos conectaban con otra ecuación y se les explicaba que una ecuación debe ser conectada con un numero ya que esta era la solución de esa ecuación y que un número era conectado con una ecuación ya que se debía buscar una ecuación donde se pudiera reemplazar dicho numero o valor para que satisfaga dicha ecuación. Así aprendieron que la solución de una ecuación es un valor numérico que al reemplazarla en dicha ecuación se obtenía el valor de esa igualdad (concepto de variable).

Donde ya en posteriores ejercicios en el momento de resolver una ecuación lineal ya de antemano me ofrecían la respuesta antes de hacer el proceso algorítmico para llegar a ella. Donde ya algunos establecían que para que tanta vuelta si ya sabían la

solución de la ecuación. Esto facilita procesos algebraicos de mayor complejidad en próximos contenidos que se quieran enseñar.

También se pudo observar que el desarrollo del pensamiento matemático variacional estuvo presente ya que ellos trataron de dar significado a una ecuación lineal porque establecieron que una variable puede tomar un valor asociado a la solución de dicha ecuación. Además cuando no pueden conectar valor numérico con otro valor numérico activan su pensamiento variacional para observar que otro lado de sus fichas (ecuaciones) pueden conectarse con este valor numérico generando un acercamiento significativo al concepto de variable característico del pensamiento variacional.

Conclusión final: Los estudiantes reforzaron procesos en la solución de ecuaciones lineales. Donde se encontró que ellos afirmaban que solucionar ecuaciones lineales era sencillo sino que había que reforzar las operaciones que establecía la ecuación. Esto genero un aprendizaje significativo, porque establecían una correspondencia entre sus ideas previas acerca del concepto de ecuaciones lineales y de cómo podía aplicarse ese concepto exigiéndole establecer un nuevo concepto de cálculo numérico en su mente como lo indicaba la ecuación.

7.3.3. Juegos de adivinar números. Las primeras aplicaciones del álgebra fueron para resolver pasatiempos con números. Como por ejemplo:

-Dividir un número en dos partes que tengan una diferencia dada.
-Si 4 es añadido a un número, el resultado se divide por 2 y lo que da se multiplica por 5 y, finalmente, restamos 6 resultando 29, ¿puedes encontrar el número?

En los siglos XVII y XVIII este tipo de juegos recreativos (adivinanzas numéricas) estaba muy de moda. Estas cuestiones provocaban una gran admiración hacia los que las proponían o resolvían.

A continuación propongo algunos juegos de este tipo:

- ✓ Objetivo: Desarrollo del Pensamiento variacional a través del pensamiento numérico.

- ✓ Propósito del Juego: Representación del lenguaje natural al lenguaje algebraico.

- ✓ Reglas de Juego: El profesor debe pedir que se hagan en parejas, donde un integrante de la pareja debe pedirle al otro las siguientes órdenes y el en su hoja o tablero debe representar en forma algebraica cada una de las acciones donde se le explica al estudiante que está representando algebraicamente las ordenes que el número que hay que adivinar ¿cómo lo podemos representar? para saber si está pensando algebraicamente y después analizar como representa cada una de las operaciones pedidas al otro.

  Después se intercambian y se hace el mismo proceso, gana quien haya hecho mejor la representación algebraica de la situación del juego, donde se debe aprender que es lo que varía (operaciones aritméticas) y que permanece constante la variable a determinar (número pensado).

- ✓ Tiempo de duración: Se recomienda jugar durante 30 minutos por cada pareja y después 10 minutos para la puesta en común.

- ✓ Rangos de edad: Jóvenes de 12 años en adelante.

• Juego 1.

1. Piensa un número.
2. Multiplícalo por 2.
3. Añade 5 al resultado.
4. Multiplica lo que has obtenido por 5.
5. Añade 10 al resultado.

6. Multiplica el resultado por 10.
7. Dime lo que sale y te diré, rápidamente, tu número inicial.

• Juego 2.
1. Piensa un número.
2. Súmale 2.
3. Eleva el resultado al cuadrado.
4. Réstale cuatro veces tu número inicial.
5. Dime lo que te sale y te diré, rápidamente, tu número inicial.

• Juego 3.
1. Piensa un número.
2. Elévalo al cuadrado.
3. Resta tu número al resultado.
4. Divide ahora por tu número inicial menos 1.
5. ¿Cuánto te da? ¿Por qué?

• Los objetivos de la actividad
• La descripción y reglas del juego
• Los materiales a utilizar
• Debate o discusión que se realizara después de terminada la actividad
• Tiempo de duración
• Estructura del grupo
• Rúbrica de evaluación de la actividad.

7.3.4. Juegos con tarjetas. Objetivo: Desarrollar el pensamiento matemático variacional a través del pensamiento numérico, sistemas algebraicos y analíticos.

- ✓ Propósito del Juego: Este juego puede servir para ayudar a reconocer ecuaciones equivalentes desde el punto de vista de ecuaciones con la misma solución, y para

resolver, mentalmente, ecuaciones sencillas de primer grado. Requiere de un aprendizaje primero.

- ✓ Tiempo de duración: Se recomienda jugar durante 50 minutos con una cantidad de estudiantes proporcional a la cantidad de tarjetas y después 10 minutos para la puesta en común.

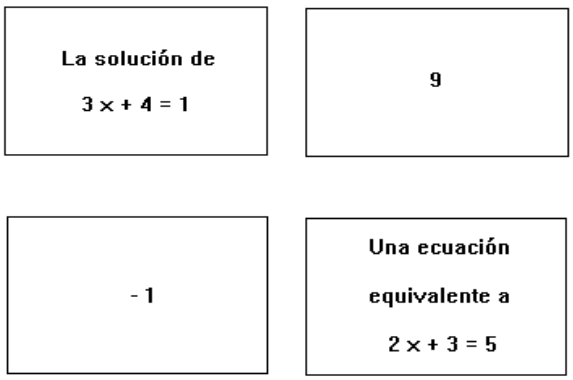
- ✓ Rangos de edad: Jóvenes de 13 años a 15 años.

- Juego 1.

Se reparte una tarjeta por alumno. Empieza cualquier alumno leyendo la pregunta del anverso de su tarjeta. Por ejemplo (Ver figura 20), empieza el alumno con la tarjeta y pregunta "¿Quién tiene la solución de 3x+4=1?". Todos los alumnos realizan la operación mentalmente y contesta el alumno que posee la tarjeta con la solución: "Yo tengo −1". Dando la vuelta a su tarjeta, pregunta, a su vez: "¿Quién tiene una ecuación equivalente a 2x+3=5?" y así sucesivamente, hasta que se cierre la cadena.

Para conseguir la participación de todos los alumnos, es necesario que haya una tarjeta por alumno y que su dificultad no deje fuera a parte de ellos.

Figura 20. Ejemplo tarjetas juego 1.



Fuente: Autor.

Cuando se corta la cadena de preguntas y respuestas, por estar algún alumno despistado, se vuelve a leer la pregunta y, si hace falta, con la ayuda de todos, se reanuda el juego. Una forma de ayudar a que el juego se desarrolle con rapidez, es que se vayan apuntando, en la pizarra, las preguntas y las respuestas correspondientes (Ver Anexo E).

• Juego 2.

- ✓ Objetivo: Desarrollar el pensamiento matemático variacional a través del pensamiento numérico, sistemas algebraicos y analíticos.

- ✓ Propósito del Juego. ¿Qué Aprenderemos?: Este juego puede servir para ayudar a aplicar conceptos de factorización de polinomios, máximo común divisor y mínimo común múltiplo, etc. Recoge casos muy sencillos pero importantes, de cuadrados perfectos, diferencias de cuadrados, factores comunes simples, etc., y contribuye a recordarlos. Requiere de un aprendizaje previo.

- ✓ Tiempo de duración: Se recomienda jugar durante 50 minutos con una cantidad de estudiantes proporcional a la cantidad de tarjetas y después 10 minutos para la puesta en común.

- ✓ Rangos de edad: Jóvenes de 13 años a 15 años.

- ✓ Desarrollo del juego: También, en este caso, es mejor que se vaya escribiendo en la pizarra, por un lado, las preguntas, y por otro, las correspondientes respuestas. El simple hecho de tener escrita la pregunta en la pizarra facilita el cálculo mental de los alumnos y la obtención de las respuestas correctas (Ver Anexo F).

7.3.5. Juegos con tableros.

- Juego: Valores para N.
- ✓ Material: Tablero, tarjetas, dados y fichas

- ✓ No. De Jugadores: Dos o tres.
- ✓ Objetivo: Desarrollar el pensamiento matemático variacional a través de una modelación matemática de la sustitución de las variables.
- ✓ Propósito del Juego. ¿Qué Aprenderemos?:- Sustituir valores de variables, - Agilizar el cálculo mental.
- ✓ Descripción del material de juego: Un tablero numerado de 1 a 100, como el que se adjunta; un dado de diez caras (que se puede sustituir por dos de seis); 10 fichas de distinto color para cada jugador; una colección de 10 tarjetas con expresiones algebraicas para cada jugador (Ver Anexo G).

- ✓ Reglas del juego.

- Es un juego para dos o tres jugadores. Cada uno de ellos coloca su colección de tarjetas (iguales para los tres) delante de él en la mesa boca arriba. Se sortea el orden de salida.
- Cada uno de los jugadores, en su turno, tira el dado; el número que resulta va a ser la n de las expresiones de las tarjetas (si se han sustituido el dado por dos cúbicos, n será la suma de los resultados de ambos). Sustituye la n en una de las tarjetas sin utilizar, a su elección, que comunica a los otros jugadores, para que éstos puedan controlar la corrección del proceso.
- Una vez obtenido el resultado, coloca la ficha en la casilla del tablero marcada con ese número, siempre que haya en ella una ficha como máximo (es decir, que en una casilla no puede haber a la vez más de dos fichas). La tarjeta que ha utilizado la retira, poniéndola boca abajo, y ya no la podrá volver a utilizar.
- Si la sustitución es incorrecta y es detectado por alguno de los otros jugadores, se anula la tirada y pasa el turno al jugador siguiente.
- Gana el primer jugador que coloque todas sus fichas o si llega un momento que nadie puede colocar al que menos tarjetas le queden).

- ✓ Posibles variantes.

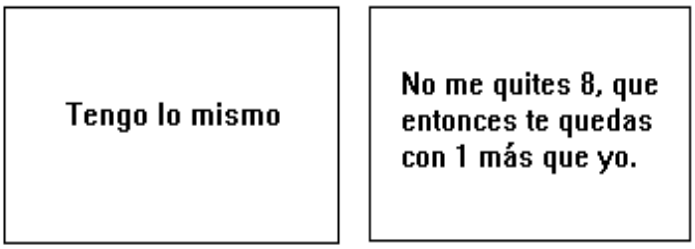
- Las tarjetas se pueden cambiar, poniendo las que se quieran, y complicándolas si se practica varias veces.

- Otra forma de jugar (con las tarjetas que se dan más arriba o con otras cualesquiera). Es un juego para dos jugadores: uno hace de concursante y el otro de árbitro (que alternan sus papeles).
- El árbitro extrae una tarjeta del montón. El concursante propone un número y el árbitro le da el valor que resulta de sustituir n en la expresión de la tarjeta.
- El concursante tiene que decir cuál es la expresión que hay en la tarjeta en el menor número posible de intentos (de números propuestos).
- Se intercambian los papeles del árbitro y del concursante y gana la partida el que acierta en el menor número de intentos.
- La variante anterior se puede jugar haciendo cada uno de los jugadores de árbitro del otro. Gana la partida el jugador que dice cuál es la expresión en menor número de intentos.

- Juego: Lo tuyo y lo mío.

El problema de la falta de comprensión, por parte de los alumnos, de los enunciados verbales, es una de las primeras causas de los errores que se cometen en la resolución de problemas algebraicos. En este sentido, este juego contribuye a dar significado concreto a frases del tipo de las que aparecen en las 20 tarjetas del juego. Las tarjetas que se presentan van, desde enunciados muy sencillos hasta otros, más complicados y de difícil comprensión para muchos alumnos (Ver figura 21):

Figura 21. Ejemplo tarjetas juego “lo tuyo y lo mío”.



Fuente: Autor.

- ✓ Objetivo: Desarrollar el pensamiento matemático variacional a través de la simbolización o representación a través de una modelación matemática, sistemas algebraicos y analíticos.
- ✓ Propósito del Juego. ¿Qué Aprenderemos?: Este juego puede servir para ayudar a dar significado a problemas verbales donde se exige la representación de un modelo matemático que dé solución a dicho problema, donde implícitamente se desarrolla el pensamiento matemático variacional.

- ✓ Tiempo de duración: Se recomienda jugar durante 50 minutos con una cantidad de estudiantes proporcional a la cantidad de tarjetas y después 10 minutos para la puesta en común.

- ✓ Rangos de edad: Jóvenes de 13 años a 15 años.

- ✓ Material: Un tablero numerado del 1 al 49. Dos dados con 6 caras. 10 fichas de distinto color para cada jugador. Una colección de 20 tarjetas con enunciados verbales (Ver Anexo H).

- ✓ Desarrollo del juego: Juego para tres o cuatro jugadores, que juegan por turno.

• Sale quien menor puntuación obtiene en la primera tirada.
• El primer jugador tira los dados y el siguiente saca una de las 20 tarjetas que permanecen dadas la vuelta en la mesa.
• Con el número obtenido con los dados por el otro, “lo tuyo”, el jugador que ha sacado la tarjeta calcula el número que corresponde a “lo mío”, utilizando la frase de la tarjeta, colocándose entonces ese resultado en el tablero y devolviendo la tarjeta al montón.
• Si el número obtenido no está en el tablero, el jugador pierde su turno.
• Si la casilla ya está ocupada, el jugador pierde su turno.
• Si el jugador contrario observa que la operación ha sido incorrecta, se anula la tirada y pasa el turno.
• Gana quien consiga colocar todas sus fichas.

Por ejemplo, un alumno tira los dos dados y obtiene 7 con ellos. El siguiente saca, entonces, una tarjeta del montón que dice: ¡Vaya, lo tuyo es sólo la cuarta parte de lo mío! Lee la tarjeta y razona, dirigiéndose al alumno que ha tirado los dados:
− Si LO TUYO ha sido 7, LO MIO será cuatro veces LO TUYO, es decir, 28, colocando, seguidamente, su ficha en la casilla 28 del tablero.
A continuación, tira los dados a su vez, sacando una tarjeta el siguiente y prosiguiéndose el juego de la misma forma.
Después de haber jugado varias veces con las 20 tarjetas del ejemplo, es interesante plantear, en una puesta en común, la simbolización de las expresiones que aparecen en las tarjetas.

- Juego ¡a comer si puedes!

✓ Objetivo: Desarrollar el pensamiento matemático variacional a través del pensamiento numérico, sistemas algebraicos y analíticos.

✓ Propósito del Juego. ¿Qué Aprenderemos?: Este juego puede servir para ayudar a aplicar conceptos de factorización de polinomios, máximo común divisor y mínimo común múltiplo, etc. Recoge casos muy sencillos pero importantes, de cuadrados perfectos, diferencias de cuadrados, factores comunes simples, etc., y contribuye a recordarlos.

Además la simplificación de estas expresiones y después la sustitución de determinados valores según la puntuación del dado combina el desarrollo del pensamiento numérico con el pensamiento variacional, donde una expresión algebraica puede variar después de su simplificación en su forma pero equivalente en el resultado después de operacionalizarla con valores numéricos. Requiere de un aprendizaje previo.

✓ Tiempo de duración: Se recomienda jugar durante 50 minutos para 4 jugadores, después 10 minutos para la puesta en común.

✓ Rangos de edad: Jóvenes de 13 años a 15 años.

✓ Material: Un tablero circular. Un dado de 6 caras. Tres fichas por jugador de colores diferentes. 15 tarjetas con expresiones algebraicas (Ver Anexo I).

✓ Desarrollo del juego:

• Cada jugador coloca sus 3 fichas sobre una de las casillas de salida.
• Todas las fichas empiezan a girar en el sentido de las flechas.
• Sale quien mayor puntuación obtiene en la primera tirada.
• El primer jugador tira el dado y se mueve con cualquiera de sus fichas, según la puntuación obtenida.
• Cada vez que un jugador cae en una de las casillas negras debe coger una de las tarjetas y calcular el resultado, y obtenido sustituyendo x por la puntuación del dado.
• Este número permite alcanzar o no con alguna de sus fichas, alguna ficha contraria y comérsela. Si no se puede comer ninguna ficha, se intenta otra vez, sacando otra tarjeta.
• Si al cabo de las dos jugadas, el jugador no consigue comerse ninguna ficha contraria, pasa el turno, permaneciendo en su sitio. Si se consigue comer alguna ficha contraria, ocupa el lugar de la ficha que se ha comido y pasa el turno.
• Si se obtiene un número negativo, el recorrido se hace en sentido contario.

- Juego carreras algebraicas

✓ Material: Tablero, cartas y fichas

✓ No. De Jugadores: Dos o tres.

✓ Propósito del Juego. ¿Qué Aprenderemos?:

- Practicar la resolución de ecuaciones.
- Factorizar polinomios.
- Productos notables.

- ✓ Objetivo: Desarrollar el pensamiento matemático variacional a través del pensamiento numérico, modelación matemática, sistemas algebraicos y analíticos.

- ✓ Tiempo de duración: Se recomienda jugar durante 50 minutos, después 10 minutos para la puesta en común.

- ✓ Rangos de edad: Jóvenes de 13 años a 15 años.

- ✓ Descripción del material del juego. Un tablero de tres filas numeradas de 1 a 6. Una baraja de 36 cartas, 30 de las cuales tienen ecuaciones (5 de ellas tienen la solución 1; 5 la solución 2; y así hasta la 6) y 6 comodines; tres fichas de un color diferente para cada jugador. (Ver Anexo J)

- ✓ Reglas del juego: Juegan dos o tres jugadores (cada uno de los cuales juega por una de las filas del tablero), que sortean el orden de salida y juegan por turno. Ponen sus tres fichas en la primera casilla de su fila. Las cartas se colocan en un montón boca abajo encima de la mesa.

• El primer jugador coge la carta superior y halla su solución. Si es un 1 (o si había elegido un comodín) pasa una de sus fichas a la casilla 1. Si no, pasa su turno. Devuelve la carta al montón, colocándola en otro lugar.

• En las siguientes jugadas, para avanzar una ficha a una casilla, ha de levantar una carta con una ecuación que tenga por solución el número de la misma o un comodín (es decir, para avanzar de la casilla 2 a la 3 ha de cogerse una ecuación cuya solución sea 3 o un comodín). Si la solución que se da es incorrecta se pasa el turno al siguiente jugador (aún en el caso de que la solución correcta le permitiera avanzar).

• Cada jugador puede ir avanzando con sus tres fichas, pero en cada casilla de su fila sólo puede haber, como máximo, una ficha, excepto en la casilla 6.

• Gana el jugador que primero consigue llevar a la casilla 6 sus tres fichas.

- ✓ Posibles variantes: Si se quiere dar mayor agilidad al juego se pueden suprimir los comodines y que se avance siempre que se de alguna solución correcta de la

ecuación que aparece en la carta. Se pueden variar las cartas con ecuaciones de otros tipos.

- Juego tic−tálgebra

✓ Material: Tablero y fichas

✓ No. De Jugadores: 2

✓ Propósito del Juego:

- Practicar la factorización de polinomios.
- Resolver ecuaciones practicar el cálculo mental.

✓ Objetivo: Desarrollar el pensamiento matemático variacional a través del pensamiento numérico, modelación matemática, sistemas algebraicos y analíticos

✓ Tiempo de duración: Se recomienda jugar durante 50 minutos, después 10 minutos para la puesta en común.

✓ Rangos de edad: Jóvenes de 13 años a 15 años.

✓ Descripción del material del juego: Se necesitan dos tableros: uno de juego y otro con los factores; 25 fichas de un color diferente para cada jugador (Ver Anexo K).

✓ Reglas del juego: Es un juego para dos jugadores, que usan cada uno fichas de un color. Una la utilizan para marcar en el tablero de factores y las otras para el tablero del juego.

• El objetivo del juego es lograr una fila de cuatro fichas, en horizontal, vertical o diagonal.

• El jugador que comienza el juego coloca una de sus fichas y otra del oponente en el tablero de factores, en la misma o diferente casilla, a su elección. Multiplica las expresiones que hay en ellos y pone una ficha de su color en la casilla del tablero del juego en que esté el producto. Por ejemplo, si coloca su ficha en (x−1) y la de su oponente en (x), colocará su ficha en $(x^2 - x)$.

- El segundo jugador (y así serán las jugadas siguientes) mueve su ficha del tablero de factores a la casilla que quiera (incluida la que está ocupada por la ficha de su adversario), y multiplica la expresión que haya en ella por la que hay en la casilla donde está la ficha de su contrario, y coloca, en el tablero del juego, una ficha en la casilla del producto. En el ejemplo anterior, si cambia su ficha de la casilla (x) en que estaba a la (x+1), pondrá una ficha de su color en la casilla $(x^2 + x)$ del tablero del juego.
- Si uno de los jugadores realiza mal el producto u obtiene un producto que ya está ocupado en el tablero de juego, pierde su turno. El otro jugador podrá, si quiere, mover en su turno las dos fichas del tablero de factores (es decir, como si empezara de nuevo el juego).
- Gana el primer jugador que consigue hacer una línea de cuatro fichas de su color (en horizontal, vertical o diagonal).

✓ Posibles variantes: Se puede utilizar la misma mecánica para factores de otro tipo, por ejemplo, para productos o cocientes de potencias de la misma o distinta base. Se pueden cambiar los factores una vez que se haya jugado algunas veces. Se puede empezar por tableros más sencillos.

✓ Objetivos: • Practicar la factorización de polinomios. • Resolver ecuaciones. • Practicar el cálculo mental y el pensamiento variacional.

✓ Observaciones: Con este juego se pueden hacer competiciones en que los ganadores pasen de ronda y los perdedores queden eliminados (y puedan pasar a una fase de consolación). Las partidas pueden ser bastante rápidas. Las rondas finales de la competición pueden jugarse con un límite de tiempo por jugada (30 segundos, por ejemplo).

El conocimiento de los factores de los polinomios puede llevar a estrategias que impidan al oponente la colocación en determinados lugares, y por tanto que gane.

7.3.6. Pasatiempos Algebraicos. En este apartado se presentan diversos pasatiempos matemáticos, conocidos en su forma más clásica, pero que aquí se han adaptado para poder ser utilizados como herramientas para el aprendizaje del álgebra.

- ✓ Propósito del Juego. ¿Qué Aprenderemos?: Practicar la Operacionalización algebraica como suma, resta y multiplicación de expresiones algebraicas, reducción de términos semejantes, ecuaciones lineales. Resolver ecuaciones practicar el cálculo mental.

- ✓ Objetivo: Desarrollar el pensamiento matemático variacional a través del pensamiento numérico, modelación matemática, sistemas algebraicos y analíticos

- ✓ Tiempo de duración: Se recomienda jugar durante 50 minutos, después 10 minutos para la puesta en común.

- ✓ Rangos de edad: Jóvenes de 13 años a 15 años.

• Cuadrado mágico algebraico 1**.**

Se dice que un cuadrado es mágico si todas las filas, columnas y diagonales suman lo mismo. Al resultado común de estas sumas se le llama número mágico. Observa el siguiente cuadrado (Ver figura 22):

Figura 22. Ejemplo cuadro mágico algebraico 1.

2X+2	X	X+1
X-2	X+2	5X-6
3X-3	2X+1	X-1

Fuente: Autor.

1. Escribe las sumas de cada una de las ocho líneas de este cuadrado mágico.

2. Como ves, todas las líneas no dan la misma expresión. Sin embargo, al tratarse de un cuadrado mágico, debe existir un valor de x que haga que todas esas expresiones tomen el mismo valor. Calcula el valor de x.

3. Otro método para hallar el valor de x es utilizar la propiedad de los cuadrados mágicos de orden impar: “El orden del cuadrado multiplicado por el término central es igual al número mágico”. Si el número mágico de este cuadrado es 15, halla, con el término central, el valor que debe tener x.

4. Este valor de x será también solución de cualquier ecuación obtenida, igualando entre sí las sumas de otras líneas del cuadrado. Compruébalo.

- Cuadrado mágico algebraico 2. Observa el siguiente cuadrado (Ver figura 23):

Figura 23. Ejemplo cuadro mágico algebraico 2.

3(1+2X)	3-X	4(X+1)-1
3+X	3(X+1)	5(1+X)-2
2+(1+2X)	3+7X	3

Fuente: Autor.

1. Comprueba que se trata de un cuadrado mágico.
2. Si el número mágico de este cuadrado es 36, ¿cuánto vale x? Escribe el cuadrado numérico correspondiente. ¿Y si el número mágico vale 12?
3. Si x vale 2, escribe el cuadrado mágico numérico correspondiente y halla su número mágico.

- Cuadrado mágico algebraico 3 Observa el siguiente cuadrado (Ver figura 24):

Figura 24. Ejemplo cuadro mágico algebraico 3.

$4(X+1)$	X	$2(X+2)$
$4X-1$	$2X+3$	$4X+3$
$(X+1)^2$	$(X+2)^2$	$X+1$

Fuente: Autor.

1. Escribe las sumas de las ocho líneas del cuadrado mágico.
2. Calcula el valor de x para que sea un cuadrado mágico. Procura hacerlo con las ecuaciones más sencillas posibles.
3. Utilizando la suma de la tercera fila horizontal (H3) y otra cualquiera se puede obtener una ecuación de segundo grado. Resuélvela y comprueba que una de sus soluciones es el anterior valor de x.
4. Si el número mágico de este cuadrado mágico es 15, halla, con el término central del cuadrado, el valor que debe tener x.
5. Halla el cuadrado numérico correspondiente.

• Cuadrado mágico algebraico 4. Observa el siguiente cuadrado (Ver figura 25):

Figura 25. Ejemplo cuadro mágico algebraico 4.

$-7(X-1)$	$2-X$	$(X-2)^2+1$
$-X+4$	$(X+4)^2$	$(X-3)^2-3$
$4(1-X)$	$5(X+4)$	$(X-1)^2$

Fuente: Autor.

1. Escribe las sumas de las ocho líneas del cuadrado mágico.
2. Halla el valor que debe tener x para que sea cuadrado mágico.
3. Invéntate cinco maneras distintas de calcular x.
4. Utilizando el término central, halla el número mágico del cuadrado.
5. Escribe el cuadrado numérico correspondiente.

• Cuadrado mágico algebraico 5. Observa el siguiente cuadrado (Ver figura 26):

Figura 26. Ejemplo cuadro mágico algebraico 5.

X-1	7X	X+5	4(X+1)
5(X+1)	X+2	X+7	3X
3X+4	2X+1	2(5X-2)	2X-1
4X	5X+1	X	4(X+1)+1

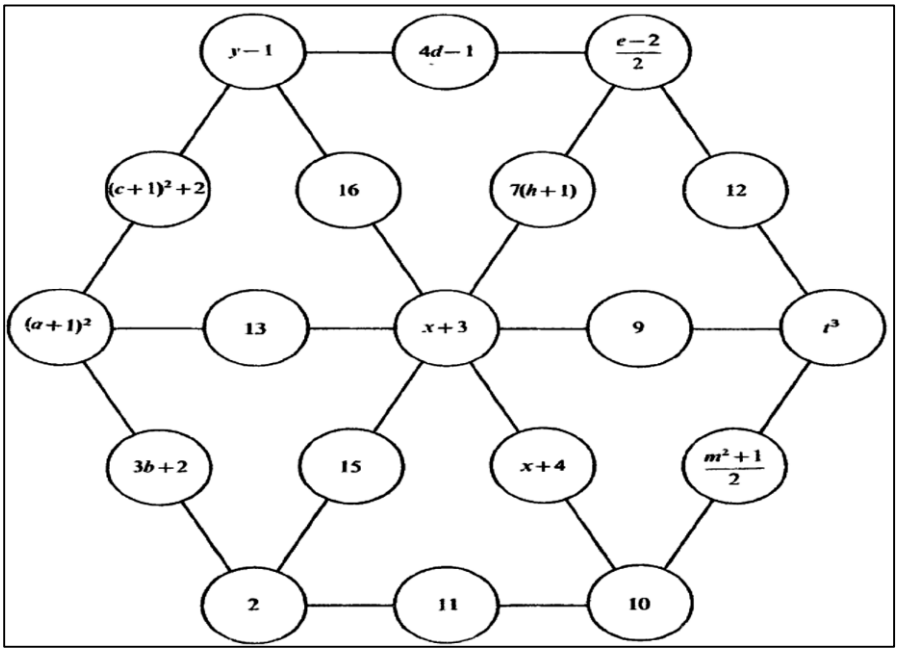
Fuente: Autor.

1. Escribe las sumas de las diez líneas del cuadrado mágico.
2. Calcula el valor de x para que sea cuadrado mágico.
3. Halla el cuadrado numérico correspondiente.

Rueda algebraica 1 (Ver figura 27): Esta rueda de números tiene la propiedad de que los tres números sobre cada lado y sobre cada radio de la rueda de la figura suman lo mismo. Con ella, se pueden presentar muchas ecuaciones del grado de dificultad que se quiera.

Se trata de calcular el valor de las incógnitas que aparecen en todos los radios y lados, resolviendo las ecuaciones, sucesivamente, utilizando el dato de partida que proporciona la línea de abajo de la rueda.

Figura 27. Ejemplo rueda algebraica 1.

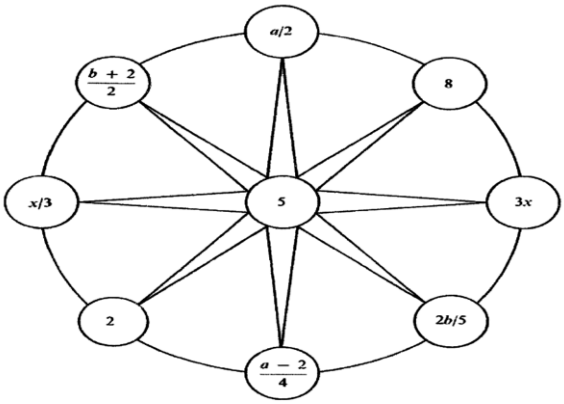


Fuente: Autor.

1. Si los tres números sobre cada lado y cada radio de la rueda suman lo mismo, arréglatelas para, una tras otra, ir calculando el valor de todas las letras.
2. Escribe la rueda numérica correspondiente.

- Rueda Algebraica 2 (Ver figura 28):

Figura 28. Ejemplo Rueda algebraica 2.



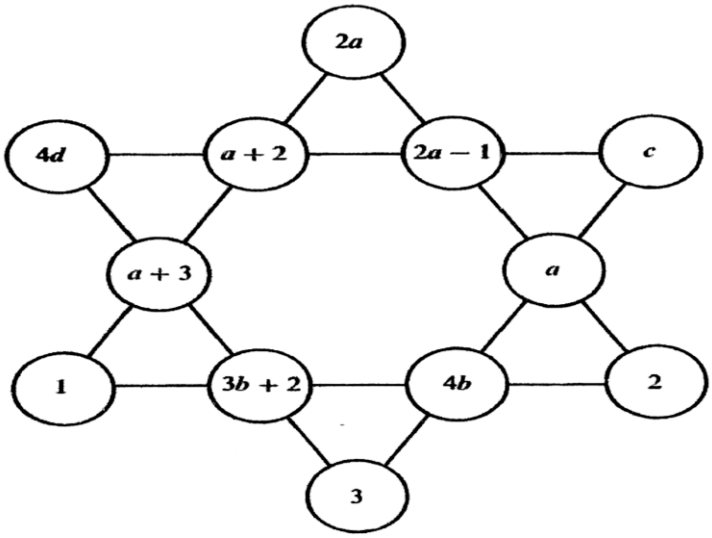
Fuente: Autor.

En esta rueda, la suma de los tres números de cada diámetro es la misma. Se ha preparado este ejemplo para resolver ecuaciones de primer grado con coeficientes fraccionarios.

1. Sabiendo que la suma de los números colocados en cada diámetro suman lo mismo, halla los valores de x, a y b.
2. Escribe la rueda numérica correspondiente.

- La estrella de seis puntas (Ver figura 29).

Figura 29. Ejemplo estrella de seis puntas.



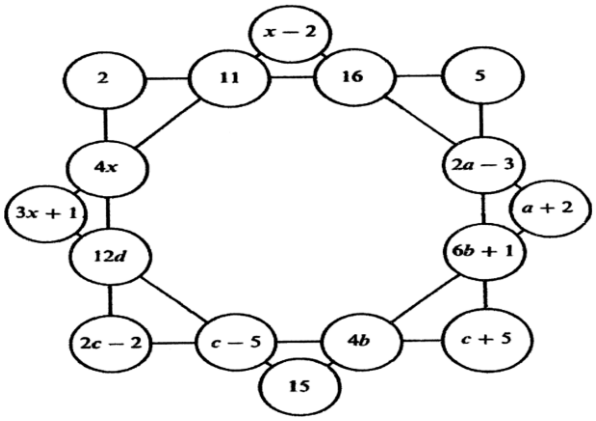
Fuente: autor.

Esta estrella tiene la siguiente propiedad: las seis filas de números suman lo mismo y, también suman lo mismo, los números situados en las puntas. Las ecuaciones que van apareciendo son muy sencillas.

1. En esta estrella todas las filas suman lo mismo. Calcula el valor de todas las letras.
2. ¿Cuánto suman todas las filas?
3. Comprueba que los vértices de la estrella también suman lo mismo.

• La estrella de ocho puntas (Ver figura 30):

Figura 30. Ejemplo estrella de ocho puntas.



Fuente: Autor.

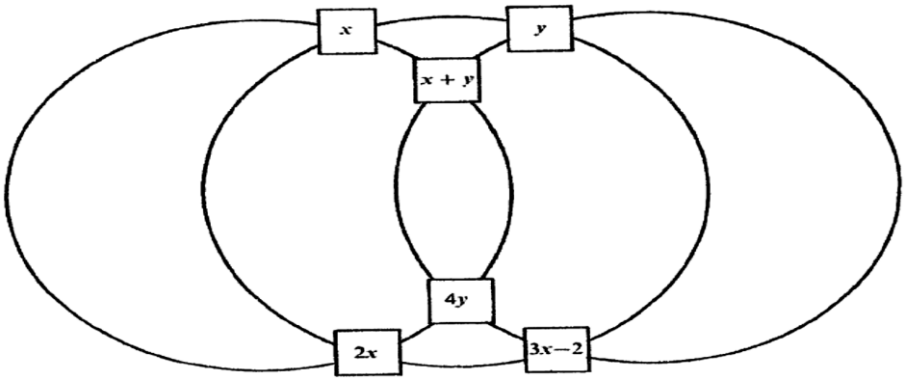
Esta estrella de ocho puntas está formada por dos cuadrados que tienen la siguiente propiedad: la suma de los números que hay en cualquiera de los lados de cada cuadrado es la misma y, además, la suma de los que hay en los vértices de cada cuadrado también es igual. También aquí, las ecuaciones que van apareciendo son de primer grado, correspondiendo a la etapa inicial de aprendizaje del álgebra.

1. ¿Cuánto suman todos los lados?
2. Calcula el valor de todas las letras.
3. Comprueba que los números de los vértices dan la misma suma.

• Círculos Mágicos (Ver figura 31). 1. Si el número mágico de estos círculos es 30, utiliza dos de las tres circunferencias para escribir un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas.

1. Resuelve el sistema hallando x e y.
2. Utiliza la tercera circunferencia para comprobar que estos valores de x e y también son solución de la tercera ecuación.

Figura 31. Ejemplo círculo mágico.



Fuente: Autor.

7.3.7. Dominós Algebraicos. Existen en el mercado dominós que sirven para practicar la resolución de ecuaciones sencillas y para relacionar el cálculo de áreas con las fórmulas correspondientes. También hay dados y dominós de potencias y raíces cuadradas que permiten practicar el cálculo mental. El ejemplo de dominó algebraico que se presenta aquí, ayuda a dominar la resolución de ecuaciones de primer grado sencillas y, por lo tanto, se puede utilizar a partir de los 12 años. En este juego, aparecen 8 elementos relacionados con la solución 2, formados, o bien con ecuaciones de solución 2, o bien, simplemente, con el propio 2; 8 elementos relacionados con la solución "−2" y, análogamente, 8 con cada una de las soluciones 3, −3, 4, −4 y 5, tratando de hacer corresponder cada ecuación con su solución o con una ecuación equivalente a ella (Ver Anexo L).

8. CONCLUSIONES

El pensamiento variacional no es un logro que se atiende de manera específica en algún nivel educativo, sino que cada grado de escolaridad debe propender por promover el desarrollo de dicho pensamiento; por esta razón en este grado se construyó un camino basado en una estrategia metodológica basado en la lúdica para tener un acercamiento significativo para la comprensión y uso de conceptos y procedimientos para el aprendizaje de contenidos con sentido de cálculo numérico y algebraico.

- El desarrollo del pensamiento variacional en los estudiantes de octavo grado a través de los juegos involucra otros tipos de pensamiento como el numérico y sistemas algebraicos y analíticos como lo sustenta la propuesta en la forma donde existen elementos como el cambio y la variación.

- En los lineamientos curriculares MEN (1998), la variación se proponen a partir del desarrollo del pensamiento variacional donde se sugiere tomar situaciones del entorno, relacionadas fenómenos de cambio y variación, para ello propone el uso de diversos sistemas de representación como son los sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos. Esto se refleja en los juegos donde sus sistemas de representación por ejemplo son verbales como en los juegos “Lo Tuyo y Lo Mío”, Adivinar un número, TIC-álgebra, domino algebraico, etc.

- El estudio de los conceptos, procedimientos y métodos que involucran la variación, en la propuesta están integrados a diferentes sistemas de representación-gráficas, expresiones verbales, diagramas, expresiones simbólicas, para permitir, a través de ellos, la comprensión de los conceptos matemáticos. De esta manera se hacen significativas las situaciones.

- Los estudiantes de la Institución Educativa Rural San Joaquín en el grado octavo presentan dificultades en las categorías propuestas en la investigación, sin embargo se hace evidente la falta de apropiación conceptual de los procesos desarrollados con anterioridad y por los que se desarrollan actualmente, el desarrollo de algoritmos no es clara, sus procedimientos en ocasiones no son correctos, la resolución de problemas es un aspecto que presenta demasiada dificultad lo que para el álgebra hace que se desestime el valor de ella como la generalización de procesos anteriores y generan resistencia frente al desarrollo de la misma.

- Se hace evidente la falta de apropiación conceptual de los procesos desarrollados con anterioridad y por los que se desarrollan actualmente, el desarrollo de algoritmos no es clara, sus procedimientos en ocasiones no son correctos, la resolución de problemas es un aspecto que presenta demasiada dificultad lo que para el álgebra hace que se desestime el valor de ella como la generalización de procesos anteriores y generan resistencia frente al desarrollo de la misma.

- Se hace necesario considerar algunos métodos que pueden no ser coherentes frente a las temáticas desarrolladas, la realización de modelación matemática como competencia en el área es un acierto, pero esta debe ser mucho más soportada y aplicada en clase.

- Según los resultados, los estudiantes son capaces de traducir un lenguaje natural a un lenguaje algebraico, lo que indica que existe un pre saber, pero se les dificultad utilizar signos, el análisis aquí radica en la información que tiene el estudiante y la forma que debe ser orientada para que continúe la apropiación lógica en el saber algebraico, puesto que los aprendices presentan dificultades cuando deben involucrar elementos matemáticos.

- Hay que destacar que el álgebra es una temática abstracta en la que se manejan símbolos que corresponden a representaciones. La confusión entre los

objetos representados con las representaciones de los mismos lleva a una pérdida de comprensión, dicho de otra manera, el fondo del problema puede radicar en el discernimiento que el estudiante realiza al extrapolar conceptos que sí tienen relación, pero que carecen de sentido debido a los enlaces que se efectúan en el contexto, lo que indica que las prácticas pedagógicas deben incursionar en el desarrollo del pensamiento matemático variacional con procesos que permitan hilar conceptos.

- Los algoritmos son un prerrequisito para la resolución de problemas, si este proceso del conocimiento no se transmite de manera adecuada el siguiente paso mencionado anteriormente será casi que un fracaso para el estudiante, cabe resaltar que centrar entonces la trasmisión de conceptos desde la enseñanza tradicional perjudicaría el desarrollo de una disciplina que requiere de atención y del fortalecimiento del pensamiento variacional, por ello el ambiente de clase, sumado a la norma que exista para el desarrollo de la misma y las estrategias innovadoras que el docente utilice son indispensables para afrontar esta etapa que ciertamente es compleja para el estudiante de grado octavo.

- El desarrollo del pensamiento matemático variacional fue evidente como lo registran fichas de observación en el desarrollo de ciertos contenidos algebraicos donde tenían dificultades porque los estudiantes tenían que generar una modelación matemática para llegar a la solución y aplicación de algunos juegos. Modelación que consistía en algunos casos en lo que permanecía fijo y lo que variaba como en el ejemplo de la factorización que podía variar estos factores o dejar algunos fijos y variar otros para dar solución a la factorización de expresiones algebraicas. Luego el aprendizaje de contenidos algebraicos debe ser activado a través del desarrollo del pensamiento variacional a partir de tareas sobre la noción de cambio, variación y procesos de modelación, buscando desarrollos por comprensión y no como un estudio formal de conceptos, siempre y cuando exista un aprendizaje previo. Además los procesos de modelación están relacionados directamente con la cuantificación del cambio y estudio de la variación.

- Aprender algebra implica un cambio de pensamiento, pasar de situaciones concretas a proposiciones más generales sobre los números y las operaciones, de un modo informal a un modo formal de representaciones y resolución de problemas. Este desarrollo de pensamiento matemático variacional inmerso en la propuesta requiere romper con algunos conocimientos y hábitos estos mismos desarrollados durante procesos anteriores que provienen del marco de referencia anterior de tipo aritmético. Pero que no pueden ser desestimados u olvidados, al contrario estos han de ser retomados como marco de referencia para cimentar los nuevos procesos articulados con procesos cognitivos elaborados con anterioridad y de esta forma dar continuidad a una línea de conocimientos, mas no fraccionar lo visto anteriormente y asumir una nueva línea de conocimiento, cabe aclarar, que romper hábitos, no hace alusión a dejar a un lado los saberes adquiridos, sino entrar en un nuevo entramado de relaciones procedimentales que llevan a comprender esta nueva disciplina, es virar hacia un orbe basado en categorías. Más amplias, no se puede pensar que fraccionar estructuras implica borrar las conexiones mentales, sino reorientarlas para jalonar los nacientes conocimientos.

- La metodología en matemáticas debe alejarse de cualquier enseñanza tradicionalista ya que esta debe estar propuesta para hacer en un contexto, es decir, el estudiante debe encontrarle utilidad a esta en la realidad que lo circunda, puesto que muchos teóricos afirman que el mundo tiene una explicación matemática y desde allí se desarrolla.

- El desarrollo de actividades lúdicas en matemáticas enriquece permanentemente el proceso de enseñanza y permiten que los estudiantes reconozcan el juego como espacio de formación de los jóvenes. En los diferentes juegos y actividades recreativas los niños reforzaran sus conocimientos matemáticos, ya que se sienten motivados por estos.

- El diseño e implementación de actividades con base en el juego permite la cualificación del proceso de enseñanza por parte de los docentes, ya que los involucra en el aprendizaje significativo de los niños y niñas. El juego se convierte en un espacio de formación permanente para los estudiantes y si se estructura como estrategia frente al desarrollo del aprendizaje de las matemáticas se logra la motivación necesaria para que niños y niñas aprendan más fácilmente.

- Los juegos implementados teniendo roles bien definidos y reglas claras permiten el fortalecimiento de valores. Los juegos matemáticos apoyan el trabajo en el aula como elemento motivante. Se hace necesario implementar esta estrategia metodológica, fundamentada en la propuesta para que los estudiantes desarrollen su pensamiento matemático variacional.

- Los estudiantes de la institución educativa San Joaquín, cuando se hizo la intervención didáctica a través de la lúdica respondieron a esa influencia en la enseñanza de las matemáticas. Respondiendo a esta influencia de una manera significativa ya que afirmaban que la lúdica ejerce un componente didáctico en el aprendizaje de contenidos de una manera significativa.

- Construir material lúdico género expectativas en los estudiantes de aplicarlos continuamente ya que de esa manera generaba motivación en ellos al hacerlo de una manera competitiva. Esto puede generar un aprendizaje social y significativo en contenidos matemáticos.

- El aplicar alguno de estos juegos genero confusión en algunos ya que estaban acostumbrados a un modelo tradicional de enseñar matemáticas como un cuerpo teórico. Así la lúdica se centra en que el aprendizaje de matemáticas no sea de una manera tediosa y trivial.

- Se creó un gran banco de material lúdico para el aprendizaje de las matemáticas que de acuerdo a cada contenido se podrá utilizar. Así la institución ya cuenta con un buen material de recursos didácticos para el aprendizaje de las matemáticas.

- Este proyecto genero una experiencia significativa en la práctica pedagógica, que la rectora gusto de su desarrollo y recomendó trabajar en ello para un futuro para mostrarla como una evidencia en la innovación de la práctica pedagógica de la enseñanza de las matemáticas en la institución educativa San Joaquín.

- La lúdica generó motivaciones en los estudiantes por aprender matemáticas ya en cierta manera en estos grados el juego es un centro de atención para ellos. Así partiendo de sus intereses se logró un aprendizaje de algunos contenidos en matemáticas como números enteros, casos de factorización, ecuaciones lineales, etc.

RECOMENDACIONES

La profundización de los referentes teóricos para hallar nuevas variantes de juegos o nuevos juegos a tal fin que el desarrollo del pensamiento matemático variacional sea más dinámico y consecuente con los diferentes procesos mentales que maneja el estudiante para esta edad.

La réplica de la aplicación de esta estrategia a fin de consolidar la confiabilidad de la misma, hace que en futuras investigaciones la lúdica sea una de las propuestas que se debe analizar para que la transposición didáctica de las matemáticas sea significativa en el ámbito algebraico.

La aplicación de la estrategia a otras muestras de la misma población de estudiantes para comparar los resultados y perfeccionar la propuesta Hace de la propuesta más confiable y después compararla con otras muestras de poblaciones diferentes en el contexto rural para analizar la pertinencia social del juego en este contexto.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Álvarez De Zayas, C. M. (2002).*La Escuela de la vida: Educación y Desarrollo*. La Habana: Artedu.

Amechazurra, O. (2006). *Módulo de planeación y Evaluación de los procesos de Aprendizaje*, Ecuador: UNITA.

Barrantes, H. y Ruiz, A. (1998). *Historia del comité interamericano de educación matemática*. Bogotá: Academia Colombiana de ciencias exactas, físicas y naturales.

Bee, H. y Mittchel, S. (1984) *El desarrollo de la persona en todas las etapas de su vida*. México: Editorial Harla.

Borrero, A. (1994). *La interdisciplinariedad. Política y gestión universitaria*. Cali: Universidad del Valle.

Bozhovich, L. (1987) *Las etapas de formación de la personalidad en la ontogénesis*. Moscú: Editorial Progreso.

Bruner, J. (1985). *Vygotsky: A historical and Conceptual Perspective*. Cambridge: Cambridge University Press.

Caicedo, S. J. (2013). *Pensamiento variacional de estudiantes de grado noveno de educación básica aplicado en el proceso de resolución de situaciones problema que se pueden modelar con una función cuadrática*. (Tesis doctoral). Facultad de educación: Universidad del Tolima, Ibagué.

Caicedo, S. J. (2014). *Pensamiento Variacional aplicado en la resolución de problemas de variación*. Bogotá: CLAME.

Caicedo, S. J. y Díaz, L. (2011). Pensamiento variacional y sentencias e igualdades numéricas aditivas. *Revista UNIMAR*, (58), 98-105.

Calero Pérez, M. (2003). *Educar Jugando*. México: Ediciones Alfaomega.

Cantoral, R. y Farfán, R. (2003). Matemática Educativa: Una visión de su evolución, *Revista Latinoamericana de investigación en matemática educativa*, *6* (1), 27–40.

Cardona-Márquez, M. (2007). *Desarrollando el pensamiento algebraico en alumnos de octavo grado del CIIE a través de la resolución de problemas*. (Tesis de maestría). Dirección de postgrados: Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán. Tegucigalpa.

Castillo, J. (2006). Teoría conductista. *Educare*, 3 (11), 327- 331.

Catrina Ramírez, C. y Mahecha, J. (2011). *Enseñanza de productos notables y descomposición factorial en la Institución Educativa Eduardo Santos. (Tesis maestría*). Facultad de Educación: Universidad Francisco de Paula Santander.

Chateu, J. (1958). *Psicología de los juegos infantiles*. Buenos Aires: Kapelusz.

Colombia. *Constitución política de Colombia*. (1991). Recuperado de: http://www.procuraduria.gov.co/guiamp/media/file/Macroproceso%20Disciplinario/Constitucion_Politica_de_Colombia.htm.

Colombia. *Ley General de Educación 115*. (1994). Recuperado de: http://www.oei.es/quipu/colombia/Ley_115_1994.pdf.

Colombia. Ministerio Nacional de Educación. (1998). *Lineamiento Curriculares para el área de matemáticas*. Santa fe de Bogotá: Magisterio.

Colombia. Ministerio Nacional de Educación. (2006). *Estándares Básicos de Competencia*. Bogotá: Magisterio.

Colombia. Ministerio Nacional de Educación. (2003). *Estándares básicos de competencias en matemáticas*. Bogotá: MEN.

Colombia. *Resolución 2343*. (1996). Recuperado de: http://e-learning.cecar.edu.co/RecursosExternos/UnidadIIProyTecno/RESOLUCION_2343_DE_JUNIO_5_DE_1996.pdf.

Delors, J. (1997). *La educación encierra un tesoro*. París: UNESCO

Díaz-Barriga, A. F. (2002). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo una interpretación constructivista*. México: Editorial McGraw-Hill.

Dinello, R. (2006). *La Actividad lúdica y ludopatías actuales*. Madrid: Editorial Magisterio España.

Flores Peñafiel, A. (2000). Uso de representaciones geométricas para facilitar la transición de la aritmética al algebra. *Miscelánea Matemática* (19), 11–23.

Giménez, J. (1997). Nunca es tarde para mejorar las actitudes: el caso de las fracciones. *UNO, Revista de Didáctica de las Matemáticas*. (13), 6-11.

González Trujillo, E. (2012). *Del lenguaje natural al lenguaje algebraico. El significado de la variable. Una propuesta didáctica basada en el planteamiento y resolución de problemas*. (Tesis Maestría). Facultad de ciencias: Universidad Nacional de Colombia.

Groos, K. (1902). *Lex jeux des animaux*. París: Félix Alcán Éditeur.

Gutiérrez, A. (2001). *Área del Conocimiento. Didáctica de la Matemática, Colección Cultural y aprendizaje*. Buenos Aires: Editorial Síntesis.

Huizinga, H. L. (2000). *Ideas y actividades para enseñar algebra*. Colección matemática: cultura y aprendizaje. Madrid: Alianza.

Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior. (2013). *Boletín de prensa PISA 2012: retos y avances para Colombia.* Recuperado de: http://www.icfes.gov.co/investigacion/evaluaciones-internacionales/pisa.

Jurado, F. 2014. *Colombia no debe compararse con los demás en las pruebas Pisa*. Recuperado de: http://www.agenciadenoticias.unal.edu.co/ndetalle/article/ colombia-no-debe-compararse-con-los-demas-en-las-pruebas-pisa.html

Klaus, G. (1969). *Diccionario filosófico*. La Habana: Buhr.

Kon, I. (1990) *Psicología de la Edad Juvenil*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Marmolejo Correa, D. (2014) *Desarrollo de la competencia matemática de razonamiento en el pensamiento variacional*. (Tesis de pregrado). Universidad de Antioquia.

Medina, A. (2006). *La Didáctica: Disciplina pedagógica aplicada*. Madrid: Editorial Prentice Hall.

OECD. (2013). *PISA 2012 Results: What Students Know and Can Do – Student Performance in Mathematics, Reading and Science* (Volume I). PISA: OECD Publishing.

Olfos R. y Villagrán, C. (2001). Actividades lúdicas y juegos en la iniciación al álgebra. *Integra*, (5), 1-13.

Palarea, M. M. (1998). *La adquisición del lenguaje algebraico y la detección de errores comunes en algebra por alumnos de 12 a 14 años*. (Tesis Doctoral). Departamento de análisis matemático: Universidad de la Laguna. España.

Paramo, P. (2008). La Investigación en las Ciencias Sociales: Técnicas de recolección de información. Universidad Piloto de Colombia.

Petrovsky, A. (1980) *Psicología Evolutiva y Pedagógica*. Moscú: Editorial Progreso.

Piaget, J. (1969) *El nacimiento de la inteligencia en el niño*. Barcelona: Editorial Aguilar

Popper, K. (1934). *The Logic of Scientific Discovery*. New York: Routledge.

Ursini S. (1996). *Experiencias pre-álgebraicas*. Educación matemática. *8* (2), 33-40.

Valles, M. (1997). *Técnicas cualitativas de investigación social. Reflexión metodológica y práctica profesional*. Madrid: Síntesis.

Vasco Uribe, C. E. (1990). *Algunas reflexiones sobre pedagogía y didáctica*. Bogotá: CORPODRIC.

Vasco Uribe, C. E. (1994). La educación matemática: una disciplina en formación. *Matemática Enseñanza Universitaria. 3*, (2), 59-76.

Vasco Uribe, C. E. (2006). *El pensamiento variacional, la modelación y las nuevas tecnologías*. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.

ANEXOS

Anexo A. Ficha de observación – fase de diagnóstico.

FICHA DE OBSERVACIÓN

OBJETIVO: Establecer las dificultades que presentan los estudiantes en procesos algebraicos.

NOMBRE: _____

Criterios de Evaluación	SI	NO	A VECES
1. Muestra interés por los temas desarrollados en el área de matemáticas			
2. Realiza preguntas para clarificar conceptos			
3. Participa activamente de los ejercicios planteados en clase			
4. Establece y propone diferentes pasos para dar resolución a los ejercicios planteados			
5. Determina la diferencia entre un monomio, binomio, trinomio y polinomio			
6. Identifica cada uno de los casos de productos notables, factorización y sus propiedades			
7. Realiza el producto de dos o más expresiones algebraicas haciendo uso de los productos notables			
8. Aplica las instrucciones dadas por el docente en la realización de los ejercicios			

Anexo B. Encuesta de apreciación al área de matemáticas.

ENCUESTA APLICADA A LOS ESTUDIANTES DEL GRADO OCTAVO DE LA INSTITUCION EDUCATIVA RURAL SAN JOAQUIN

NOMBRE: _____ EDAD: _____ SEXO: _____

Estimados estudiantes la presente encuesta es para conocer sus apreciaciones respecto al área de matemáticas, en el cual ustedes son nuestro principal sostén, esperamos su valiosa colaboración. Gracias.

Marca con una X la respuesta que creas conveniente.

1. ¿Le interesa la clase de algebra?

SI____ NO____

2. ¿Cómo es su calificación en algebra?

(___) Insuficiente (1,0 - 2,9)
(___) Aceptable (3,0 - 3,5)
(___) Sobresaliente (3,6 - 4,0)
(___) Excelente (4,1- 5,0)

3. ¿Puede usted resolver un producto notable?

SI____ NO____

4. ¿Conoce usted todos los casos de factorización?

SI____ NO____

5. ¿Se le facilita aprender contenidos relacionados con el álgebra?

SI____ NO____

6. ¿Cómo le gustaría aprender algebra?

(___) Juegos didácticos (___) Exposiciones (___) Carteles

Anexo C. Encuesta tipo Likert de actitud frente a la enseñanza de las matemáticas apoyado con juegos didácticos.

ACTITUDES HACIA LAS MATEMÁTICAS CON INTERVENCION DIDACTICA (LUDICA)

Señalar el grado de acuerdo o desacuerdo respecto de las siguientes afirmaciones sobre las matemáticas, según el siguiente convenio:

1: Totalmente en desacuerdo; **2:** En desacuerdo; **3:** Neutral (ni de acuerdo ni en Desacuerdo); **4:** De acuerdo; **5:** Totalmente de acuerdo:

1. ¿Consideras una manera interesante de enseñar matemáticas a través de juegos?

1 2 3 4 5

2. ¿Los juegos diseñados y construidos para la enseñanza de contenidos matemáticos (como Factorización, ecuaciones lineales, M.C.D; etc.) fue interesante?

1 2 3 4 5

3. ¿Enseñar matemáticas de una manera lúdica (juegos) la convertiría en un área fácil de aprender?

1 2 3 4 5

4. ¿Los juegos construidos en clase ayudaran a comprender algunos contenidos de matemáticas?

1 2 3 4 5

5. ¿Me divertiría utilizar el juego de una manera didáctica para aprender matemáticas?

1 2 3 4 5

6. ¿Los juegos diseñados y construidos para aprender matemáticas generaron en mí, una actitud de no temor frente al área?

1 2 3 4 5

7. ¿Construir material didáctico para matemáticas me genera expectativas para poder utilizarlo correctamente?

1 2 3 4 5

8. ¿Los juegos me ayudan a trabajar en equipo y poder aprender más con mis compañeros en el área de matemáticas?

1 2 3 4 5

9. ¿Se debería enseñar matemáticas de una manera lúdica (juegos) para poder aprender matemáticas de una manera no aburrida?

1 2 3 4 5

10. ¿Se deberían buscar estrategias o maneras para que las matemáticas no sean difíciles de aprender?

1 2 3 4 5

Anexo D. Pruebas realizadas.

RAZONAMIENTO NUMERICO

Esta prueba consta de 10 problemas numéricos. Al lado de cada problema se dan cinco respuestas precedidas de una letra. Elija la respuesta correcta y marque la letra correspondiente.

1. Sumar 2.394

607
5.789
58 _____

A. 948
B. 8.838
C. 8.846
D. 8.848
E. Ninguna de las anteriores

2. Restar 9.728

7.893 _____

A. 835
B. 1.635
C. 1.835
D. 1.935
E. Ninguna de las anteriores

3. Multiplicar 64

75 _____

A. 4.600
B. 4.700
C. 4.780
D. 5.300
E. Ninguna de las anteriores

4. $\frac{1}{3} \div \frac{1}{6} =$

A. $\frac{1}{18}$
B. $\frac{1}{2}$
C. 1
D. 2
E. Ninguna de las anteriores

5. $\frac{2}{9} * \frac{4}{9}$

A. $\frac{8}{81}$
B. $\frac{4}{9}$
C. $\frac{1}{2}$
D. $\frac{8}{9}$
E. Ninguna de las anteriores

6. $\frac{5*7}{14*10}$ =

A. $\frac{60}{98}$ **C.** $\frac{33}{140}$
B. 4 **D.** $\frac{1}{4}$
E. Ninguna de las anteriores

7. Raíz Cuadrada.
$\sqrt{196}$

A. 13 **B.** 14 **C.** 49 **D.** 98
E. Ninguna de las anteriores.

8. 18 = 75% de?

A. 0.24 **B.** 12 **C.** 24 **D.** 27
E. Ninguna de las anteriores

9. 5 = a% de 4

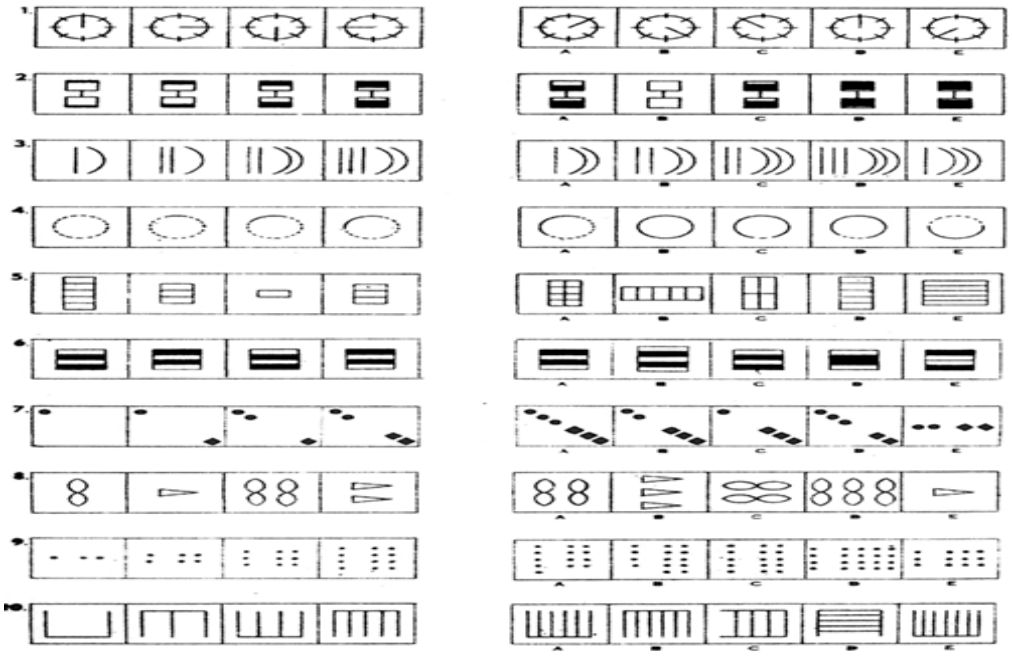
A. 1 **B.** 20 **C.** 80 **D.** $\frac{1}{20}$
E. Ninguna de las anteriores

10. Un artículo cuesta $80, se hace un descuento del 25%, luego un descuento del 2% sobre el precio resultante del primer descuento. ¿Cuál es el precio final del artículo?

A. 39.20 **B.** 40.00 **C.** 58.80
D. 59.80 **E.** Ninguna de las anteriores

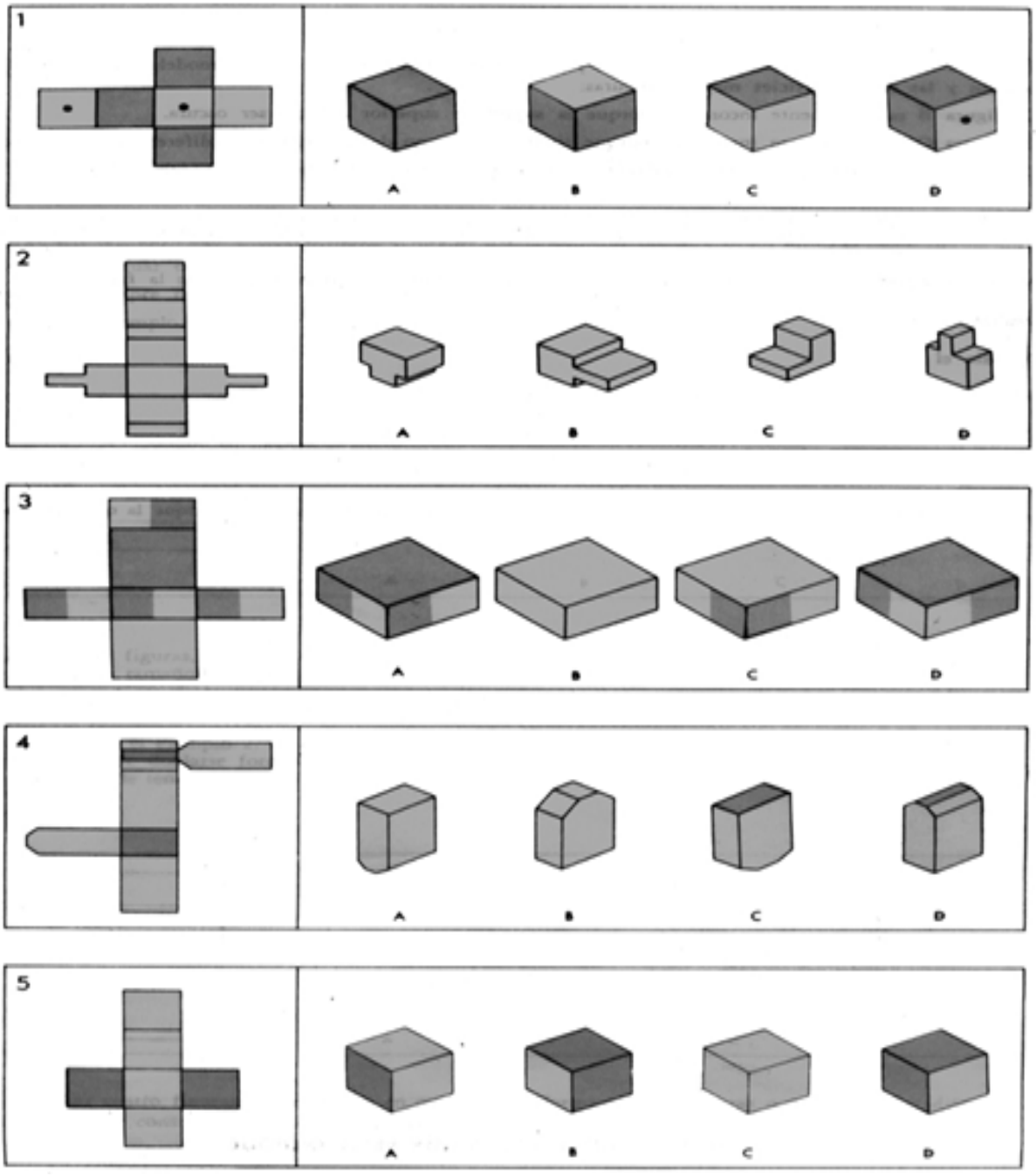
RAZONAMIENTO ABSTRACTO

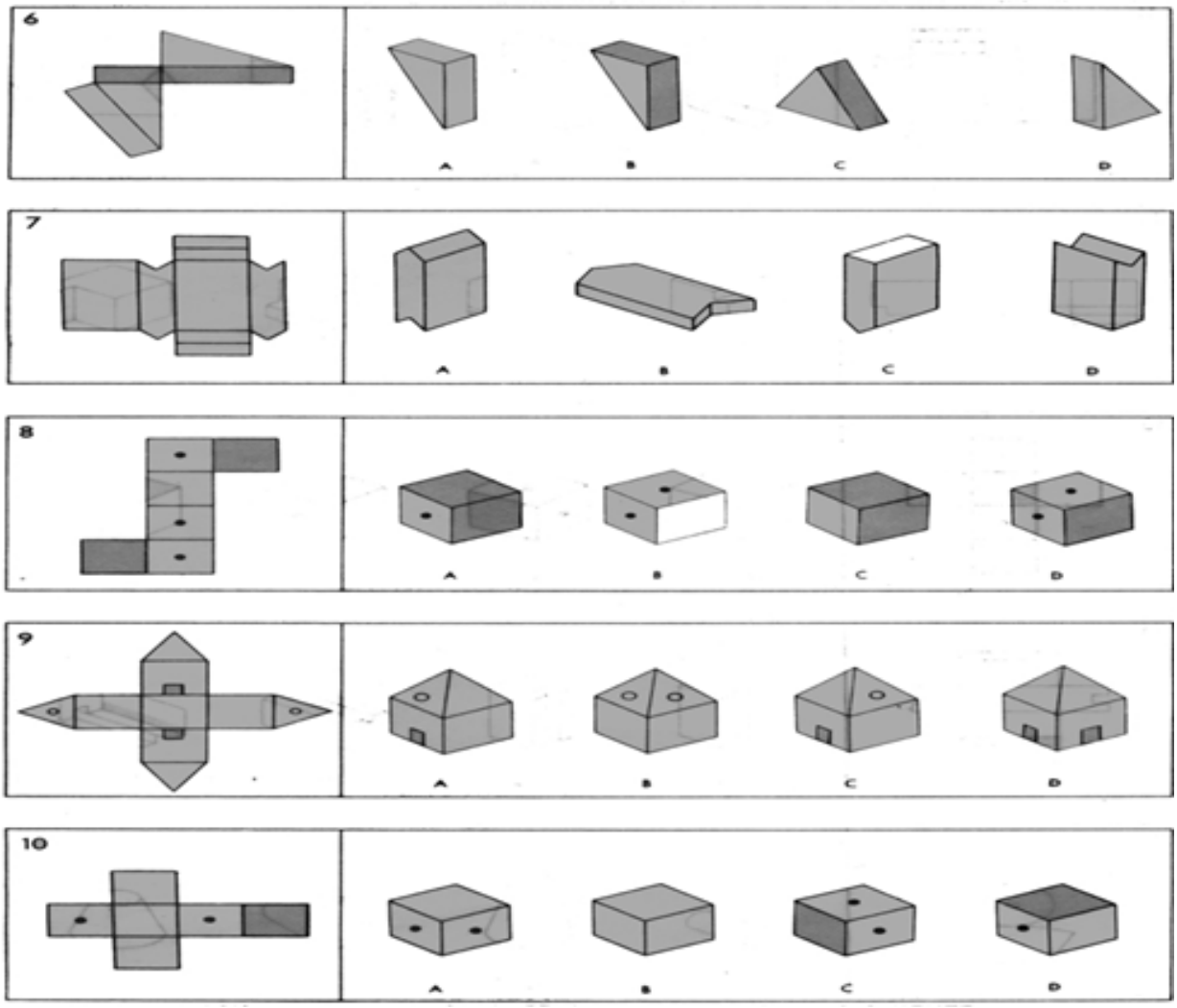
Esta prueba consta de 10 problemas en donde encontrara usted filas de figuras, en cada fila hay cuatro figuras llamadas problema y cinco llamadas respuesta, las figuras del problema forman una serie, porque están ordenadas siguiendo una ley. Usted debe encontrar cuál de las respuestas sería la siguiente.



RAZONAMIENTO ESPACIAL

Esta prueba consta de 10 problemas. En cada uno se presenta un modelo o patrón que es el desarrollo en superficie de una figura en tres dimensiones. A continuación aparecen 4 figuras. Una de ellas se ha formado doblando el modelo. Su tarea consiste en averiguar cuál es esta figura. El modelo siempre representa la parte exterior de la figura.





PRUEBA DE ALGEBRA

1. Determina y fundamenta el valor de la verdad en las siguientes premisas.

El doble de c	
El cuadrado de b	
La diferencia entre el cuadrado de b y el doble de c	
El producto de a y b	
El producto de a, b y el cuadrado de c	
El cubo de la suma de a y el doble de b	

2. Si a, b y c son números reales, para cada expresión verbal encuentra su respectiva expresión algebraica.

$a+b=b+a$	
$a+(b+c)=(a+b)+c$	
$a+0=a$	
$a+(-a)=0$	
$ab=ba$	
$(ab)c=a(bc)$	
$a.1=a$	
$a\times\frac{1}{a}=1$	
$a(b+c)=ab+ac$	
$a^n\times a^m=a^{n+m}$	
$a^n\div a^m=a^{n-m}$	

3. Suprime los paréntesis, reduce y ordena.

$$x^4+6x^3+7x^2-2x+3-(4x^4+6x^3+3x-2)+4x-2$$
$$x^3-3x^2+7-(x^4+2x^2-1)-(x^3-3x^2-2)$$

4. Efectúa las operaciones y simplifica.

$$5x^2-[x^2(6x^2-7x-3)+8x^2-4x^3-2(3x^2+2x)]$$
$$(4x^6y+5x^4y^3-2x^3y^2+x^2y^2-xy)\div xy$$

5. Escoge, entre los siguientes problemas, aquel cuya solución este modelada por la ecuación:

$$\frac{(x+9)}{2}=15$$

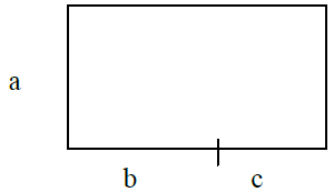
A. La mitad del número de canicas de Esteban más 9, es igual a 15. ¿Cuántas canicas tiene Esteban?

B. En las ofertas de una papelería, hay el siguiente aviso. “Si su compra es superior a $40.000, hay un obsequio de tarjetas pequeñas, donde la mitad de la suma de 9 con el número de tarjetas que se dan es igual a 15”. ¿Cuántas tarjetas recibe el cliente que hace compras cuyo valor es superior a $40.000 en la papelería?

C. Felipe dice a Santiago: la mitad de los 15 Km que recorrí hoy en patines, corresponde a la suma de 9 con el número de kilómetros que recorrí en bicicleta el fin de semana. ¿Cuántos kilómetros Felipe recorrió en bicicleta?

1. Una cinta de 80 metros de longitud se corta en tres piezas. La segunda tiene tres veces la longitud de la primera. La tercera pieza tiene cuatro veces la longitud de la segunda ¿Cuánto mide cada una?

7. Si el área de un rectángulo es base por altura, determine el área del siguiente rectángulo.



Anexo E. Juego 1 con tarjetas.

JUEGOS 1 CON TARJETAS

Anverso	Reverso
La solución de $3x + 4 = 1$	9
Una ecuación equivalente a $2x + 3 = 5$	-1
La solución de $4x + 2 = 0$	$x - 1 = 0$
La solución de $1 + 3x = 0$	$-1/2$
Una ecuación equivalente a $a\ x + 4 = 0$	$-1/3$
La solución de $7x + 1 = -2$	$3x = -12$
Una ecuación equivalente a $3x = 3$	$-3/7$
La solución de $(9/2)x = 1/2$	$2x - 1 = 1$
La solución a $2x + 3 = 0$	$10x = 2$
La solución de $3x = 1/2$	7/4

Anverso	Reverso
Una ecuación equivalente a $3x + 2 = -1$	1/9
La solución de $x + 1/2 = 3$	$x + 1 = 0$
Una ecuación equivalente a $-2x + x = -2$	5/2
Una ecuación equivalente a $4x + 2 = 6 + x$	$2x = 0$
La solución de $3x - 4 = 0$	$3x = 4$
La solución de $7x + 2 = 4$	4/3
La solución de $9x - 1 = 2x + 6$	2/7
Una ecuación equivalente a $x + 4 = 11x + 2$	1
La solución de $2x - 3 = 1/2$	$-3/2$
Una ecuación equivalente a $4x + 6 = 2$	1/6

Anverso	Reverso	Anverso	Reverso
La solución de $3x + 2 = 2$	$2x + 3 = 1$	La solución de $7x + 5 = 2x + 1$	0
Una ecuación equivalente a $8x + 7 = 1$	$-4/5$	La solución de $5x + 4 = x + 7$	$4x + 3 = 0$
Una ecuación equivalente a $16 + 4x = 8$	$3/4$	La solución de $8x + 7 = 1$	$x + 2 = 0$
La solución de $2x + 1 = -3$	$-3/4$	Una ecuación equivalente a $\frac{3}{4}x + 9 = 3/2$	-2
La solución de $5x + 1/2 = 3$	$x + 10 = 0$	La solución de $8x + 1 = 26 - x$	$1/2$
Una ecuación equivalente a $\frac{4}{3}x + 8 = 4$	3	Una ecuación equivalente a $2x + 7 = 6$	$x + 3 = 0$
La solución de $7x - 4/3 = 1$	$2x + 1 = 0$	La solución de $2x - 18 = 0$	$1/3$

Anexo F. Juego 2 con tarjetas

JUEGOS 2 CON TARJETAS

Anverso	Reverso	Anverso	Reverso
El M.C.D. de $(x + 1)$ y $x^2 - 1$	$2(x - 1)^2$	El producto $(x - 3)^2$	$(x + 1)$
$2x^2 - 50x$ factorizado	$x^2 + 9 - 6x$	$x^2 - 36$ factorizado	$2x(x - 25)$
El M.C.D. de $(x + 2)$ y $(x + 2)^3$	$(x - 6)(x + 6)$	La fracción $\frac{x^2 - 4}{x + 2}$ simplificada	$(x + 2)$
$x^2 - 1$ factorizado	$x - 2$	El producto $3x(x - 2)$	$(x - 1)(x + 1)$
El producto $(x + 5)^2$	$3x^2 - 6x$	$4x^2 - 2x$ factorizado	$x^2 + 25 + 10x$

Anverso	Reverso	Anverso	Reverso
$\frac{x^2 - 25}{x - 5}$ simplificado	$2x(2x - 1)$	El M.C.M. de $x - 1$ y $2(x + 3)(x - 1)^2$	$x + 5$
$3x^2 - 9x$ factorizado	$2(x + 3)(x - 1)^2$	El M.C.D. de $(x + 1)$ y $(x + 1)^2$	$3x(x - 3)$
La fracción $\frac{x^2 - 9}{x - 3}$ simplificada	$(x + 1)$	El producto $(3x - 2)(3x + 2)$	$x + 3$
$x^2 - 64$ factorizado	$9x^2 - 4$	$12x - 12x^2$ factorizado	$(x - 8)(x + 8)$
El producto $(2x + 1)^2$	$-12x(x - 1)$	$16x^2 - 9$ factorizado	$4x^2 + 1 + 4x$
El M.C.M. de $x^1 - 9$ y $(x + 3)$	$x + 2$	El M.C.D. de $(x + 2)$ y $x^2 - 4$	$(x + 3)(x - 3)$
El producto $(3x - 1)^2$	$(4x - 3)(4x + 3)$	El M.C.M. de $(x - 1)$ y $2(x - 1)^2$	$9x^2 + 1 - 6x$

Anexo G. Juego valores para N.

JUEGO: *VALORES PARA N*

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

COLECCIÓN DE TARJETAS

$2n/0,5$	$1/3\ n + 2n$	$3/4\ n \times 0,5$	$1/4\ n \times n^2$
$n^2 - 1/2\ n$	$n^4 / 2n$	$1/5\ n + n^2$	$1/2\ n + n$
	$2/3\ n + 5$	$n^3 - 3n$	

COLECCIÓN DE TARJETAS

$2n/0,5$	$1/3\ n + 2n$	$3/4\ n \times 0,5$	$1/4\ n \times n^2$
$n^2 - 1/2\ n$	$n^4 / 2n$	$1/5\ n + n^2$	$1/2\ n + n$
	$2/3\ n + 5$	$n^3 - 3n$	

Anexo H. Juego Lo tuyo o mío.

JUEGO: *LO TUYO Y LO MIO*

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	32	33	34	35
36	37	38	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48	49

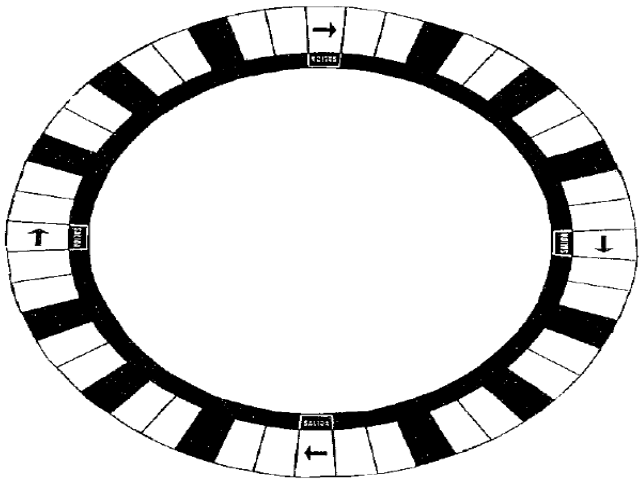
- **Contenido de las tarjetas:**

Tengo lo mismo	¡Vaya!, si tienes 4 veces menos que yo.	
Lo mismo es el doble de lo tuyo	Lo mio es 6 veces lo tuyo	Tengo el triple de lo tuyo, más 20
Entre los dos tenemos 47	Si te diera 25, tendríamos lo mismo	Tengo el doble de lo tuyo, más 15
Lo mío es el triple de lo tuyo	Te gano por 27	La diferencia entre lo Tuyo y lo mío es 45, pero yo te gano.
La diferencia entre lo tuyo y lo mío es 23, pero yo tengo más	Tienes la mitad que yo	Tengo 2 menos que 4 veces lo tuyo
Si te diera 15, tendríamos lo mismo	No me quites 8, que entonces te quedas con 1 más que yo	¡Vaya!, lo tuyo es sólo la cuarta parte de lo mío.
Si te consigues 6 más, tendrás el doble que yo.	Vamos a buscar 2 más cada uno, así tendré justo el doble que tú.	¡No me compares!. Tres veces lo tuyo sólo llega a la mitad de lo mío

Anexo I. Juego a comer si puedes.

JUEGO: ¡A COMER SI PUEDES!

$y=\frac{5(x^2+2x+1)}{x+1}$	$y=\frac{4(x^2-1)}{x-1}$
$2y=4(x+6)$	$y=\frac{8(x^2-2x+1)}{x-1}$
$3y=6(3x+1)$	$y=-5x+8$
$y=\frac{x^2-4}{x+2}$	$y=\frac{3x^2+3x}{x+1}$
$y=\frac{x^2-6x+9}{x-3}$	$y=\frac{x^2-4x+4}{x-2}$
$4y=16(x-2)$	$y=-3x+4+7x$
$y=6(x-4)$	$y=x+10$
$y=\frac{x^2+6x+9}{x+3}$	$y=\frac{x^2-9}{x+3}$



Anexo J. Juego: Carreras Algebraicas.

JUEGO: CARRERAS ALGEBRAICAS

SA	1	2	3	4	5	6
LI	1	2	3	4	5	6
DA	1	2	3	4	5	6

LAS 30 CARTAS DE LA BARAJA

$(2x+3)(x-5)=0$	$x^2-5x=0$	$(x-5)^2=0$
$x^2-36=0$	$(x-6)^2=0$	$2x^2-10x=0$
$x^2-5+4x=0$	$x^2-5x-6=0$	$(x-3)^2=0$
$x^2-16=0$	$(x-3)(x^2+3)=0$	$x^2+16-18x=0$
$(x-4)(x^2+1)=0$	$x^2-3x=0$	$-x^2+9=0$
$x^2-2x=0$	$-(x-1)^2=0$	$(x+1)(x-2)=0$
$x^2-4x=0$	$(3x-6)(x^2+4)=0$	$-x^2+1=0$
$(2x-12)(x^2+1)=0$	$x^2+1-2x=0$	$(2x+3)(x-4)=0$
$(x+1)(x-6)=0$	$-x^2+4=0$	$x^2+9-6x=0$
$x^2+x-6=0$	$x^2+x-2=0$	$2(x-1)(x+2)=0$

Anexo K. Juego: Tic-Talgebra.

JUEGO: TIC-TALGEBRA

TABLERO DE JUEGO DEL TIC-TALGEBRA

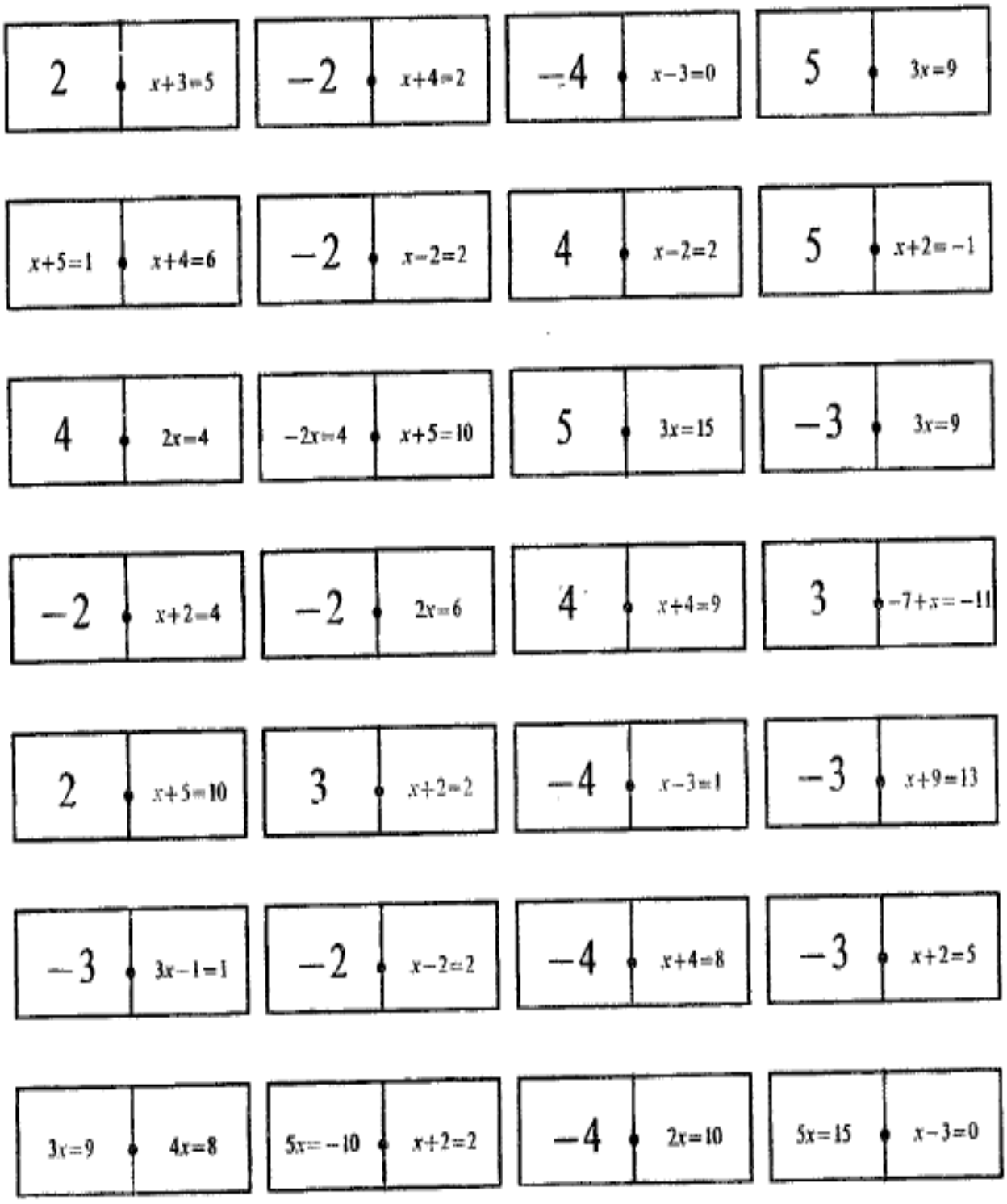
$x^2-7x+12$	x^2-3x+2	x^2-16	$x^2+8x+16$	x^2-x
x^2+5x+4	x^2-4x	x^2+2x-3	x^2+x	x^2+1
$x^2-8x+16$	x^2-5x+6	x^2-4x+4	$x^2+7x+12$	x^2-2x-8
x^2-4	x^2+2x	x^2-6x+9	x^2-9	x^2+3x-4
x^2-2x+1	x^2-2x-3	x^2-2x	x^2	x^2+5x+6
x^2-6x+8	x^2+4x+4	x^2+2x-8	x^2+3x	x^2-4x+3
x^2+6x+9	x^2+x-2	x^2+4x+3	x^2-x-2	x^2-3x
x^2-3x-4	x^2+x-12	x^2-x-6	x^2+4x	x^2+6x+8
x^2+3x+2	x^2+2x+1	x^2-5x+4	x^2-x-12	x^2+x-6

TABLERO DE FACTORES DEL TIC-TALGEBRA

$x-4$	$x-3$	$x-2$
$x-1$	x	$x+1$
$x+2$	$x+3$	$x+4$

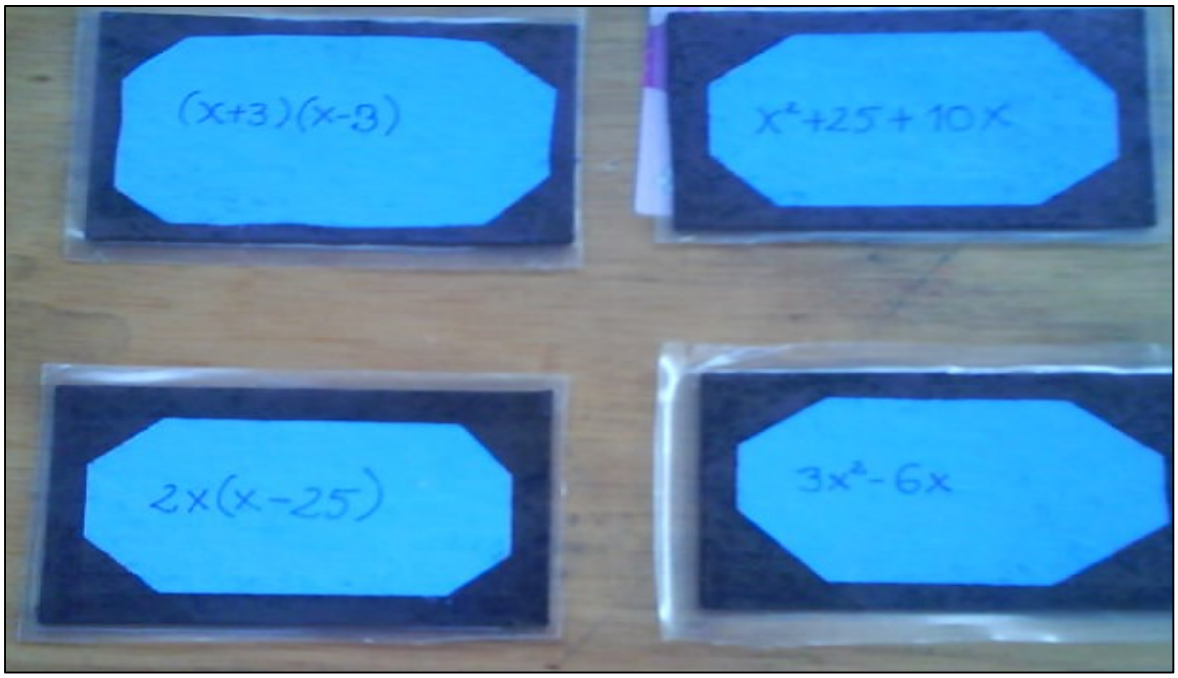
Anexo L. Juego dominó de Ecuaciones.

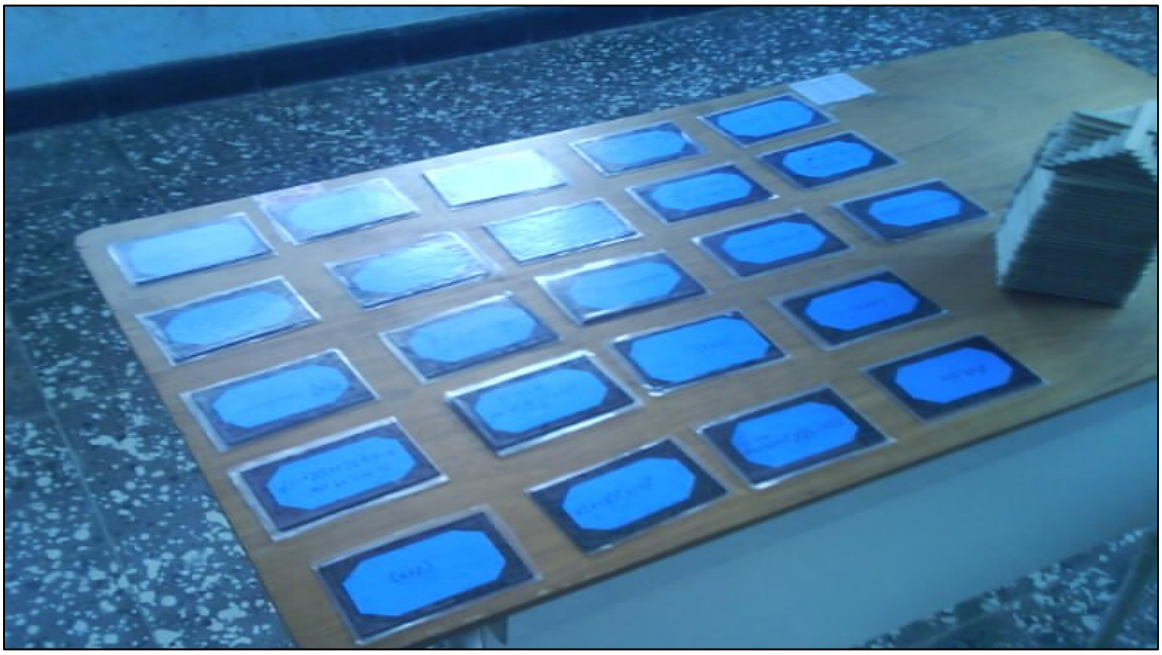
JUEGO: DOMINO DE ECUACIONES



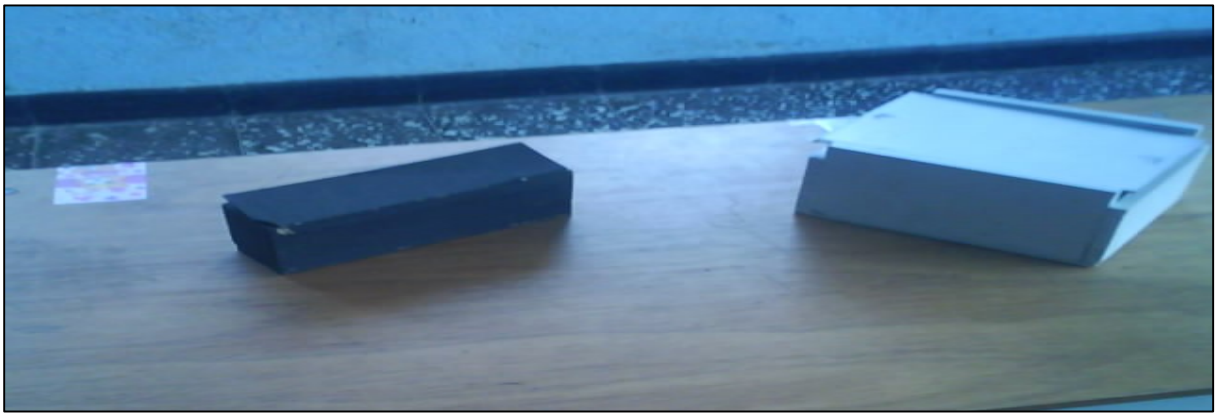
Anexo M. Construcción del material didáctico.

JUEGOS CON TARJETAS

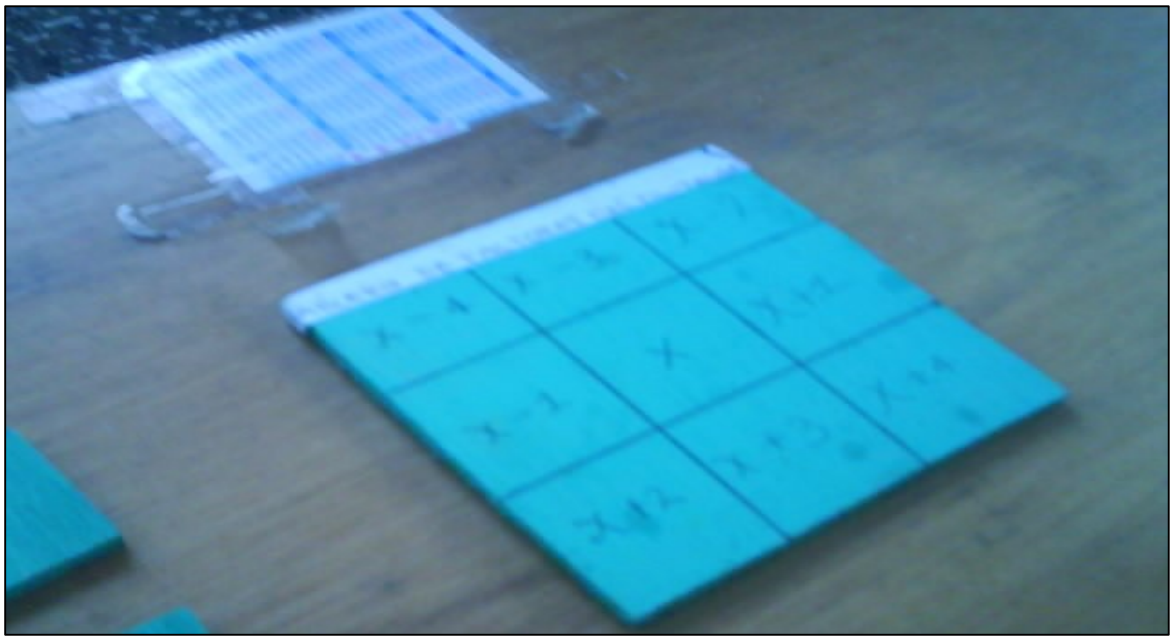


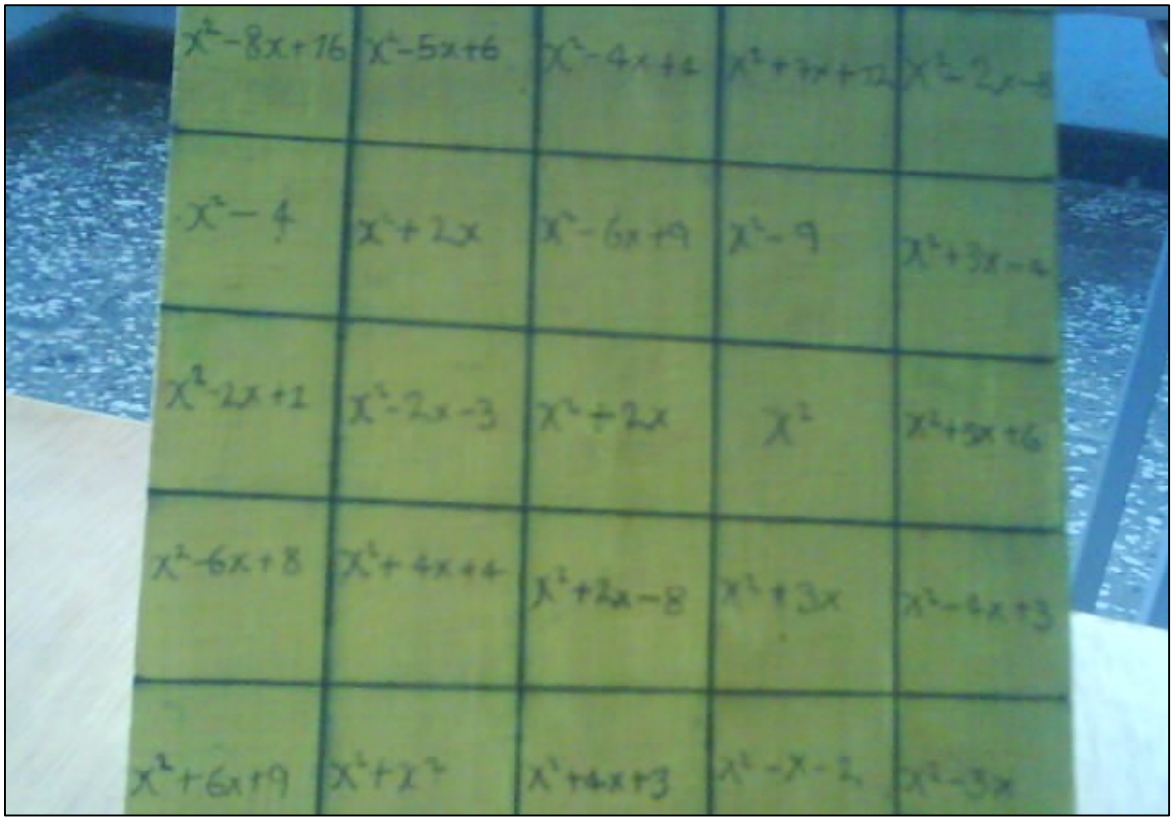


DOMINÓ ALGEBRÁICO

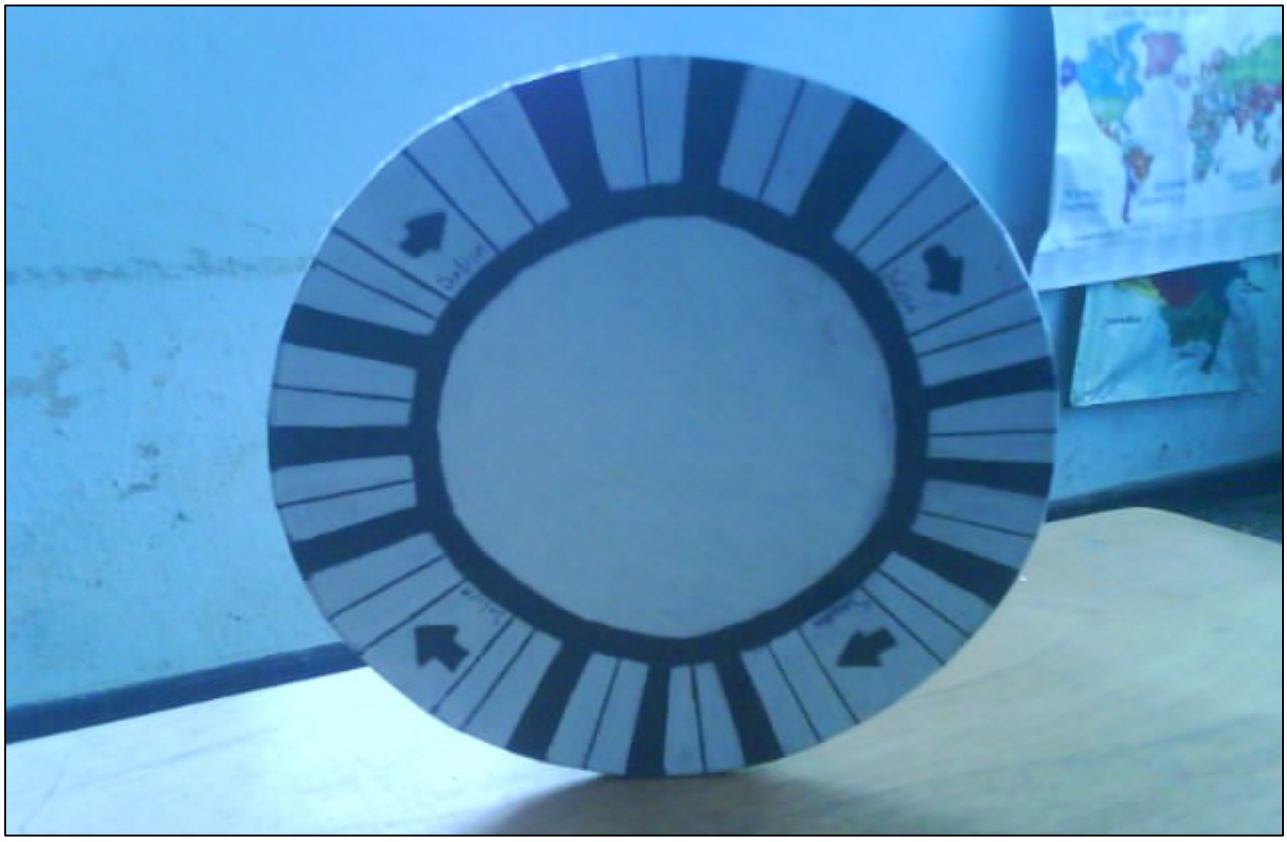
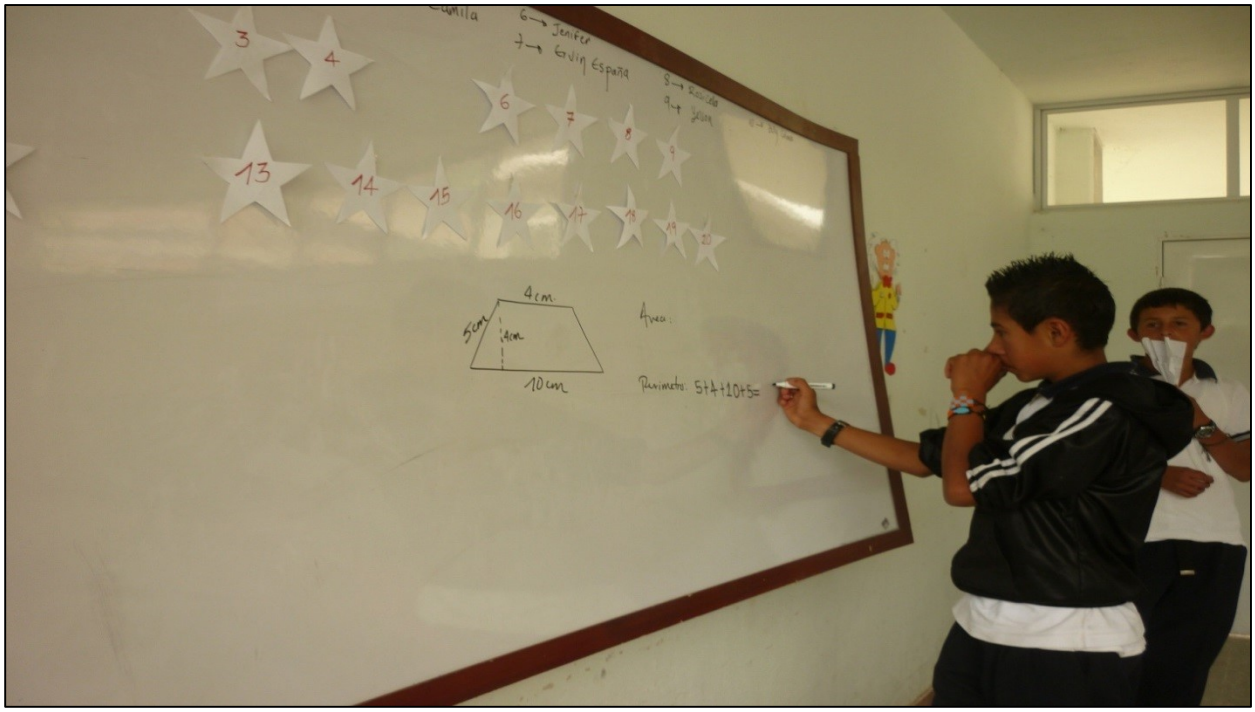


TIC-TALGEBRA





¡A COMER SI PUEDES!



APLICACIÓN DEL MATERIAL DISEÑADO